

Université de Montréal

Heuristiques pour l'expansion multi-périodes de la capacité
d'un réseau local de télécommunications

Roxane KOUASSI

Département d'informatique et de recherche opérationnelle

Faculté des arts et des sciences

Mémoire présenté à la Faculté des Etudes Supérieures
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences
(M.Sc.)

Décembre 2005

© Roxane Kouassi, 2005



QA

76

U54

2006

V.036

AVIS

L'auteur a autorisé l'Université de Montréal à reproduire et diffuser, en totalité ou en partie, par quelque moyen que ce soit et sur quelque support que ce soit, et exclusivement à des fins non lucratives d'enseignement et de recherche, des copies de ce mémoire ou de cette thèse.

L'auteur et les coauteurs le cas échéant conservent la propriété du droit d'auteur et des droits moraux qui protègent ce document. Ni la thèse ou le mémoire, ni des extraits substantiels de ce document, ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans l'autorisation de l'auteur.

Afin de se conformer à la Loi canadienne sur la protection des renseignements personnels, quelques formulaires secondaires, coordonnées ou signatures intégrées au texte ont pu être enlevés de ce document. Bien que cela ait pu affecter la pagination, il n'y a aucun contenu manquant.

NOTICE

The author of this thesis or dissertation has granted a nonexclusive license allowing Université de Montréal to reproduce and publish the document, in part or in whole, and in any format, solely for noncommercial educational and research purposes.

The author and co-authors if applicable retain copyright ownership and moral rights in this document. Neither the whole thesis or dissertation, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

In compliance with the Canadian Privacy Act some supporting forms, contact information or signatures may have been removed from the document. While this may affect the document page count, it does not represent any loss of content from the document.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Ce mémoire intitulé :

Heuristiques pour l'expansion multi-périodes de la capacité
d'un réseau local de télécommunications

présenté par :

Roxane KOUASSI

a été évalué par un jury composé des personnes suivantes :

Jacques Ferland, président-rapporteur
Michel Gendreau, directeur de recherche
Jean-Yves Potvin, codirecteur de recherche
Patrick Soriano, codirecteur de recherche
Bernard Gendron, membre du jury

Mémoire accepté le :

5 juin 2006

Sommaire

Les dix dernières années ont vu une évolution phénoménale du secteur des télécommunications. Cela s'explique par le fait que les télécommunications sont cruciales pour la croissance de l'économie mondiale et sont utilisées dans de nombreux secteurs tels les transports, les finances, le commerce, etc.

Aux services de télécommunications de base se sont rajoutés de nombreux autres services avec, entre autres, les services téléphoniques interurbains et internationaux, les télécommunications sans fil, etc. Bref, les demandes en capacité dans les réseaux de télécommunications sont de plus en plus importantes et variées.

C'est dans cette optique que nous avons choisi de porter notre attention, dans ce mémoire, sur la problématique de l'augmentation de la capacité d'un réseau d'accès local de télécommunications, dans un contexte multi-périodes, afin de satisfaire des demandes croissantes en capacité. Ainsi, étant donné un réseau local partiellement équipé ou non équipé initialement (l'équipement pouvant comprendre des câbles et/ou des dispositifs électroniques) et des demandes en capacité à chaque période de l'horizon de planification, il nous faut trouver une stratégie optimale, c'est-à-dire de coût minimal, d'expansion de la capacité de ce réseau afin de satisfaire les demandes à chaque période. L'expansion consiste essentiellement à rajouter les équipements nécessaires à la satisfaction des demandes.

Ce sujet a été l'objet d'un autre mémoire l'an dernier. L'approche de résolution développée était alors une heuristique itérative d'ajustement des équipements. Dans ce mémoire, nous présentons une autre méthode de résolution basée sur un algorithme génétique qui intègre un opérateur de descente locale. Cet algorithme nous a permis d'améliorer substantiellement les résultats rapportés dans le travail mentionné plus haut.

Mots-clés : réseau d'accès local, expansion de la capacité, multi-périodes, algorithme génétique, descente locale, multi-start.

Abstract

The past decade has seen a huge evolution in the telecommunications industry. This phenomenon can be easily explained given that telecommunications are now a prerequisite for a growing economy. They are used in various fields like transportation, trade, financing, etc.

Several other services have been added over the years to the basic telecommunications services. Currently, the wireless technology and the long distance phone services are in full expansion. In short, demands in capacity for telecommunications networks are increasing at a fast pace.

Accordingly, the topic of this master thesis is the capacity expansion problem in a local access network. We consider a multi-period context with demands associated with each period and each node of the local network. Starting with a network partially or entirely equipped (i.e. cables on arcs that connect nodes and concentrators at the nodes), we have to find the less expensive capacity expansion strategy that will satisfy all demands. Essentially, we seek the best configuration of cables and concentrators.

This subject has already been the topic of a master thesis last year. The problem-solving method was a heuristic approach based on an iterative equipment updating scheme. In this master thesis we present another approach based on a genetic algorithm that integrates a local search operator. This algorithm allowed us to improve the results obtained in the previous work.

Keywords : local access network, capacity expansion, multi-periods, genetic algorithm, local search, multi-start.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Mise en contexte	1
1.2	Problème d'expansion multi-périodes d'un réseau local de télécommunications	2
1.2.1	Le réseau d'accès local	2
1.2.2	Les équipements	3
1.2.3	La demande	4
1.2.4	Les contraintes	4
1.2.5	Objectif	4
1.3	Revue de littérature	4
1.3.1	Problèmes d'expansion de la capacité sur une seule période	5
1.3.2	Problèmes d'expansion de la capacité multi-périodes	6
1.4	Une approche méta-heuristique	7
2	Description du problème	8
2.1	Le réseau	8
2.2	L'horizon de planification	8
2.3	Les équipements	9
2.4	Les demandes en bande passante	10
2.5	Formulation mathématique	10

3	Procédures auxiliaires	13
3.1	L'algorithme d'Ali Smires	13
3.1.1	Le balayage en aval	13
3.1.2	Le balayage en amont	15
3.1.3	Pseudo-code de l'heuristique itérative	16
3.2	Le dimensionnement des câbles	18
4	Méthodes de résolution	20
4.1	La méthode de descente locale	20
4.2	La descente locale "multi-start"	21
4.3	L'algorithme génétique	22
4.4	Prototype global de l'algorithme de résolution	23
4.5	Résumé des chapitres à venir	25
5	Descente locale	26
5.1	Pseudo-code de la méthode	27
5.2	Description détaillée de la méthode	28
5.2.1	Génération de la solution initiale	28
5.2.2	Méthode de descente	28
6	Algorithme génétique	31
6.1	Description détaillée	31
6.1.1	Génération de la population initiale	33
6.1.2	Reproduction	33
6.1.3	Sélection	34
6.1.4	Croisement	34
6.1.5	Descente locale	36
6.1.6	Remplacement de la population	37
6.2	Évaluation de la meilleure solution	37

7 Résultats expérimentaux	39
7.1 Génération des instances	39
7.1.1 Taille des instances	39
7.1.2 L'horizon de planification	40
7.1.3 Les équipements	40
7.1.4 Évolution de la demande	44
7.1.5 Nombre total d'instances testées	45
7.2 Résultats expérimentaux obtenus avec la méthode de descente locale	45
7.3 Résultats expérimentaux obtenus avec l'algorithme génétique	48
7.4 Résultats récapitulatifs	51
7.5 Résultats du multi-start en fonction du nombre de répétitions	54
8 Conclusion	62
Bibliographie	64

Table des figures

1.1	Un réseau d'accès local	3
2.1	Un réseau d'accès local schématisé	9
3.1	Flots (traits pleins) et prix (traits brisés)	17
6.1	Schéma global de la méthode de résolution	32
6.2	Opérateur de croisement	36
7.1	Multi-start avec demande = (+0,5), selon le ratio	58
7.2	Multi-start avec demande = (+0,5)	59
7.3	Multi-start avec demande = (+1), selon le ratio	60
7.4	Multi-start avec demande = (+1)	61

Liste des tableaux

7.1	Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio faible	43
7.2	Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio moyen	43
7.3	Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio élevé	44
7.4	Résultats de la descente locale avec la demande = (+ 0,5)	46
7.5	Résultats de la descente locale avec la demande = (+ 1)	47
7.6	Résultats de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 0,5)	49
7.7	Résultats de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 1)	50
7.8	Recherche locale, Multi-start et Algorithme génétique avec demande = (+ 0,5)	52
7.9	Recherche locale, Multi-start et Algorithme génétique avec demande = (+ 1) .	53
7.10	Multi-start avec $M = 1$, $M = 5$, $M = 10$, $M = 15$, $M = 20$ et demande = (+ 0,5)	55
7.11	Multi-start avec $M = 1$, $M = 5$, $M = 10$, $M = 15$, $M = 20$ et demande = (+ 1) .	56

Remerciements

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de recherche M. Michel Gendreau, M. Jean-Yves Potvin et M. Patrick Soriano, pour m'avoir accordé leur confiance en acceptant de m'encadrer, de me conseiller et de m'accompagner tout au long de mon programme de maîtrise. Merci aussi à M. Serge Bisailon, professionnel de recherche au C.R.T. et à Mme Francine Benoît, secrétaire au GERAD, pour leurs conseils techniques et leur disponibilité.

Aussi, je ne serais peut-être pas arrivée à mon niveau actuel sans l'amour, le soutien et la présence inconditionnelle de mon père *César*, ma mère *Annette*, mon frère *Yoann* et mon très cher parrain *Expédit*.

Enfin, je n'oublie pas tous les autres membres de ma famille, mes amis et tous ceux, qui m'accompagnent et m'entourent au quotidien.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Mise en contexte

Nouveaux enjeux, nouvelle époque, nouvelles technologies : l'extrême rapidité et diversité des innovations technologiques et l'expansion continue des réseaux de télécommunications sont manifestement une réalité. Notre environnement est enrichi de nouveaux réseaux de communications qui virtualisent la distance et font disparaître les délais d'acheminement de l'information et de tous les biens qui peuvent prendre une forme immatérielle : idées, témoignages, œuvres culturelles, logiciels, analyses, contrats, conventions, transactions financières, ... Ces derniers font désormais l'objet de réalisations instantanées, sans que l'éloignement y fasse obstacle, comme par *magie*.

Les "*magiciens*" que représentent les réseaux de communications sont l'objet d'une sollicitation grandissante :

- **Des organismes gouvernementaux** : pour l'offre de services publics, la gestion des infrastructures publiques, le transfert de données confidentielles, la communication sécuritaire, etc.

- **Des entreprises** : qui doivent faire face aux déréglementations qui subsistent dans le secteur des télécommunications et, donc, souffrent d'une concurrence continue en essayant de fournir des produits et services de qualité.
- **Des particuliers** : qui manipulent, de plus en plus, des volumes importants de données.

C'est la raison pour laquelle, nous avons choisi de consacrer ce mémoire à l'étude du problème de l'expansion de la capacité d'un réseau de télécommunications.

1.2 Problème d'expansion multi-périodes d'un réseau local de télécommunications

L'évolution technologique des télécommunications n'a désormais plus de limites. Afin de satisfaire les demandes de plus en plus importantes en bande passante et d'éviter la congestion, il devient urgent d'élaborer une stratégie efficace d'expansion de la capacité dans les réseaux de télécommunications.

Ces dernières années, nombre de chercheurs se sont penchés sur la question et ont tenté d'apporter une solution efficace au problème. Cependant, le **problème d'expansion de la capacité** diffère selon la topologie du réseau, les équipements disponibles, les demandes à satisfaire et les contraintes à respecter.

Dans cette partie, nous brosserons les particularités du problème qui nous intéresse.

1.2.1 Le réseau d'accès local

Un réseau d'accès local est un sous-réseau habituellement connecté au réseau global (*réseau dorsal*) par un nœud appelé **point d'accès central**. Le réseau local est constitué de plusieurs machines clientes reliées au point d'accès central par des arcs. Plusieurs routes permettent typiquement d'acheminer la demande des machines clientes vers le point d'accès central. Chaque route est divisée en deux segments : un segment appartenant au **réseau de conduction** et un autre appartenant au **réseau de distribution**.

Le **réseau de conduction** comprend des nœuds appelés **points de distribution** qui sont reliés directement au point d'accès central. Chaque point de distribution représente, en quelque sorte, un point d'accès pour le **réseau de distribution** qui comprend les machines clientes. Un réseau d'accès local a habituellement une structure arborescente. La figure 1.1 permet de visualiser les composantes d'un réseau d'accès local.

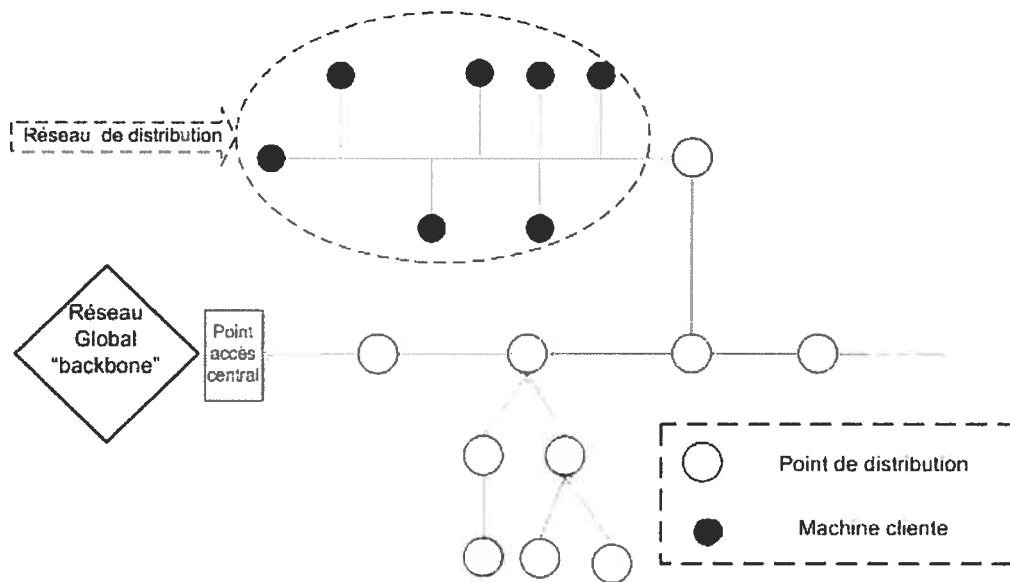


FIG. 1.1 – Un réseau d'accès local

1.2.2 Les équipements

Dans le problème qui nous intéresse, nous considérerons que les nœuds du réseau sont reliés par des câbles coaxiaux à haute fréquence (1,5 MHz à 2 MHz). En pratique, il peut arriver que la demande en bande passante à un nœud excède la capacité des câbles qui lui sont connectés. Dans ce cas, deux options peuvent être considérées :

- ajouter des câbles,
- concentrer le flux arrivant au nœud afin que le flux sortant puisse être acheminé par les câbles existants.

Les deux types d'équipements que nous envisagerons sont donc les **câbles** et les **concentrateurs**.

1.2.3 La demande

À chaque nœud du réseau, des demandes en bande passante surviennent à chaque période de l'horizon de planification.

1.2.4 Les contraintes

Les contraintes sont les suivantes :

- la conservation du flot à chaque nœud,
- l'installation d'au plus un concentrateur par nœud, et ce, sur tout l'horizon de planification,
- la capacité des câbles.

1.2.5 Objectif

Notre objectif est de satisfaire la demande pour chaque période de l'horizon de planification, en appliquant la stratégie optimale d'installation des câbles et des concentrateurs, c'est-à-dire celle qui minimise les coûts d'acquisition et d'installation de ces équipements.

1.3 Revue de littérature

Cela fait déjà plusieurs années que des chercheurs étudient les réseaux dorsaux et les réseaux d'accès locaux. Les centres d'intérêts sont variés ; certains ont préféré porter leur attention sur la topologie du réseau, alors que d'autres se sont concentrés sur le problème d'expansion de la capacité. Dans cette section, nous ferons un survol de quelques travaux et résultats portant essentiellement sur le problème d'expansion de la capacité. Tout d'abord

seront présentés les travaux portant sur des problèmes d'expansion sur une seule période, puis ceux sur plusieurs périodes seront ensuite abordés.

1.3.1 Problèmes d'expansion de la capacité sur une seule période

Les travaux de Doulliez et Rao [7] considèrent l'expansion de la capacité d'un réseau dorsal uniquement sur les arcs du réseau en ajoutant des câbles. Ils distinguent le coût d'acquisition et le coût d'installation des équipements et résolvent le problème en utilisant un algorithme du plus court chemin dans le graphe d'états du réseau. Dans leur formulation, un état correspond à un vecteur de m composantes où m est le nombre total d'arcs. Chaque composante représente le nombre d'unités de capacité sur un arc du réseau. Une transition d'un état à un autre est effectuée lorsque des unités de capacité sont rajoutées à un arc du réseau.

Parrish et al [10] se sont aussi intéressés au problème d'expansion de la capacité dans un réseau dorsal, sur une seule période, pour un réseau téléphonique. L'équipement est constitué de concentrateurs qui sont en fait des circuits analogiques combinés à un circuit numérique par des multiplexeurs. Pour chaque type de concentrateur, les coûts d'installation et d'acquisition sont considérés. Les auteurs formulent le problème comme un problème de programmation linéaire en nombre entiers et le résolvent grâce à la programmation dynamique.

Nous portons maintenant notre attention sur les réseaux d'accès locaux. Dans la variante étudiée par Balakrishnan et al. [1], le réseau d'accès local a une structure arborescente qui peut être modifiée afin de rendre la stratégie d'expansion plus efficace. Deux types d'équipements sont considérés : les câbles et les concentrateurs. Chacun de ces équipements est caractérisé par un coût fixe (le coût de l'installation) et un coût variable (le coût de l'acquisition et de la maintenance). Aussi, la structure des coûts prend en compte les économies d'échelle. La méthode de résolution proposée est un algorithme de programmation dynamique qui fait appel à la théorie polyédrale.

La solution apportée par Rajagopalan et Soteriou [11], pour le même type de problème, permet non seulement l'augmentation de la capacité mais aussi sa diminution car les auteurs supposent que les demandes ne sont pas forcément croissantes. Ils formulent le problème comme un problème de programmation en nombres entiers et résolvent sa relaxation linéaire. La solution de cette relaxation, combinée à une heuristique, sont intégrées dans une procédure de séparation et évaluation progressive.

Dans [12], les dispositifs électroniques sont des multiplexeurs. La stratégie d'expansion de la capacité consiste à installer des câbles de cuivre et des multiplexeurs. La solution proposée correspond à un algorithme de décomposition.

1.3.2 Problèmes d'expansion de la capacité multi-périodes

Certains travaux portant sur le problème d'expansion multi-périodes dans un réseau dorsal ont été rapportés. Parmi ceux-ci, mentionons les travaux de Chang et Gavish [2, 3] et Dutta et Lim [6].

Dans leur formulation du problème, Chang et Gavish [2] considèrent deux types de coûts fixes : l'un correspond à l'installation du conduit et l'autre à l'augmentation de la capacité sur les câbles. A ces deux coûts fixes s'ajoute un coût variable qui est en fait la somme du coût du câble et des coûts de maintenance. La première approche rapportée dans [2] est une heuristique qui repose sur une méthode d'ascension duale. La seconde approche de résolution [3] prend en compte des inégalités valides qui permettent de trouver de meilleures bornes.

Dutta et Lim [6], quant à eux, prennent en compte le coût d'installation et le coût des charges annuelles (coûts d'exploitation et de maintenance). Les équipements considérés sont des multiplexeurs et des répéteurs. Dans leur formulation du problème, l'expansion de la capacité se fait soit en rajoutant de nouveaux nœuds, soit en changeant la topologie du réseau. Le problème est formulé comme un problème de programmation en nombre entiers résolu par une méthode de relaxation lagrangienne.

En ce qui concerne les réseaux d'accès locaux, Chen et Alfa [4] ont été les premiers à traiter la version multi-périodes du problème abordé dans [1]. Cependant, aucun critère d'économie d'échelle n'est pris en compte et la capacité des câbles n'est pas modulaire mais continue, ce qui n'est pas très réaliste. Ils modélisent le problème comme un problème de programmation en nombres entiers qu'ils linéarisent afin d'appliquer une méthode de relaxation lagrangienne.

En 2004, Smires et al. [13] appliquent une méthode itérative d'ajustement pour résoudre un problème similaire à celui de Chen et Alfa [4]. Cependant, des caractéristiques plus réalistes sont tenues en compte telles que l'obsolescence des coûts, les économies d'échelle et la capacité modulaire des câbles (voir section 2.3).

La variante que nous étudions ici est la même que celle abordée dans le mémoire d'Ali Smires. Notre but est toutefois de développer une méthode de recherche heuristique de nature plus globale afin d'améliorer les résultats obtenus.

1.4 Une approche méta-heuristique

À la lecture de la section précédente, nous constatons que la majorité des approches de résolution sont basées sur des méthodes exactes d'optimisation. En particulier, aucune méta-heuristique n'est rapportée. Nous nous proposons donc de faire appel à des méthodes heuristiques et méta-heuristiques pour résoudre le problème d'expansion de la capacité multi-périodes, qui est un problème beaucoup plus complexe que la version mono-période. De plus, l'appel à une approche heuristique nous permettra de résoudre des instances de taille réaliste. Nous avons choisi un algorithme génétique qui intègre un opérateur de descente locale. L'algorithme génétique offre la possibilité d'explorer différentes régions de l'espace des solutions, tandis que la descente locale permet de descendre en profondeur dans chacune de ces régions. La combinaison de ces deux éléments est pour nous la promesse de satisfaire les demandes pour un réseau d'accès local à un coût soit optimal soit très près de l'optimum.

Chapitre 2

Description du problème

Dans ce chapitre, nous définissons le problème d'expansion de la capacité sur lequel nous nous sommes penchés. Tous les paramètres du problème sont précisés et une formulation mathématique est fournie en prélude à l'approche de résolution heuristique que nous avons développée.

2.1 Le réseau

Le réseau d'accès local que nous équipons a une structure arborescente. Le flot part des feuilles et se dirige vers le point d'accès central. La figure 2.1 donne un aperçu d'un réseau d'accès local.

2.2 L'horizon de planification

Le problème d'expansion de la capacité sera étudié dans un contexte multi-périodes.

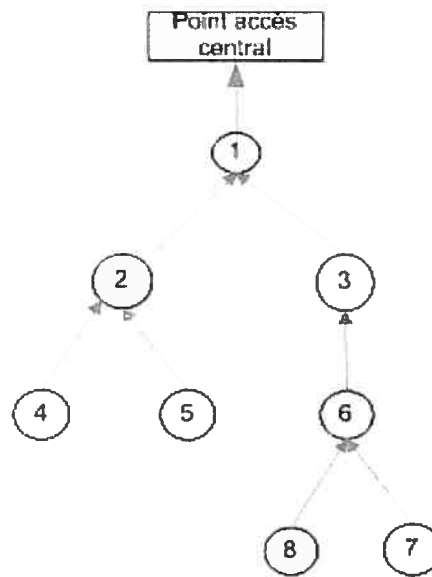


FIG. 2.1 – Un réseau d'accès local schématisé

2.3 Les équipements

Il y a deux types d'équipements : les câbles et les concentrateurs. Un câble est caractérisé par une capacité de bande passante. Un concentrateur comprime le flot entrant, dépendamment de son facteur de compression, afin que le flot sortant puisse être acheminé sur les câbles qui équipent les arcs qui "sortent" du nœud.

Le coût de chaque équipement englobe les frais d'acquisition et d'installation ; il varie périodiquement mais reste indépendant de l'arc ou du nœud auquel il est associé.

Lors de l'évaluation des coûts des équipements, les critères suivants ont été pris en compte :

- L'obsolescence des coûts : plus le temps passe, plus le produit devient obsolète et moins il coûte cher.
- Les coûts des câbles et des concentrateurs sont définis de telle façon qu'il existe un ratio prédéfini entre les deux : par exemple, le ratio est *élevé* lorsque les coûts des

concentrateurs dépassent de loin ceux des câbles ; cela conduit souvent à des solutions avec très peu de concentrateurs qui sont installés.

- Les économies d'échelle : elles sont liées aux capacités (*resp.* facteurs de compression) croissantes des câbles (*resp.* des concentrateurs). Par exemple, le coût d'un câble de type A sera typiquement moindre que le double du coût d'un câble de type B, même si la capacité de A est le double de celle de B.

2.4 Les demandes en bande passante

Une demande, que l'on suppose connue à l'avance, est associée à chaque nœud et à chaque période de l'horizon de planification, et cette demande croît d'une période à l'autre.

2.5 Formulation mathématique

La stratégie d'expansion doit prendre en compte, non seulement les demandes en bande passante, mais aussi les différents types de câbles et de concentrateurs disponibles ; ceci afin de décider de la configuration de ces équipements de façon à satisfaire à moindre coût toutes les demandes. Autrement dit, la stratégie doit déterminer le moment opportun pour procéder à l'installation des équipements, mais aussi distribuer optimalement les câbles et les concentrateurs sur les arcs et les nœuds du réseau.

Avant de passer à la méthode de résolution heuristique, nous présentons d'abord une formulation mathématique du problème.

Soit :

- $G = (V^+, A)$, l'arbre représentant le réseau d'accès local, avec V^+ l'ensemble des nœuds du réseau et A l'ensemble des arcs les reliant. Nous dénotons également par V l'ensemble des nœuds du réseau sans le point d'accès central. Dans la figure 2.1, $aval(2) = aval(3) = 1$ où l'*aval* d'un nœud est le successeur direct de ce nœud et $amont(1) = \{2, 3\}$ où l'*amont* d'un nœud est l'ensemble des prédécesseurs immédiats.

Dans la définition de notre problème, un nœud n'a qu'un seul successeur direct (sauf le point d'accès central) mais peut avoir 0 ou plusieurs prédécesseurs.

- $T = \{1, 2, 3, \dots, |T|\}$, l'ensemble des périodes de l'horizon de planification.
- L , l'ensemble des différents types de concentrateurs. Chaque type de concentrateur se distingue par son taux de compression ϕ_l , $0 \leq \phi_l \leq 1$, $l \in L$.
- $L^+ = L \cup \{0\}$, où le type 0 indique l'absence de concentrateur.
- $f_{l,i,t}$, le coût d'acquisition et d'installation du concentrateur l , au nœud i , à la période t .
- Q , l'ensemble des types de câbles où un type est caractérisé par sa capacité en bande passante B_q , $q \in Q$.
- $C_{q,i,j,t}$, le coût d'acquisition et d'installation du câble q sur l'arc (i, j) à la période t .
- Φ_i : le taux de concentration initial sur le nœud i . Il est généralement égal à 1 pour indiquer qu'il n'y a pas de concentration.
- $D_{i,t}$: la demande au nœud i à la période t .

Dans cette formulation, les variables de décision sont :

- $X_{q,i,j,t}$ = nombre de câbles de type q reliant les nœuds i et j qui sont acquis à la période t , $q \in Q, (i, j) \in A, t \in T$.
- $Z_{l,i,t} = 1$ si un concentrateur de type l est installé au nœud i à la période t , $l \in L, i \in V, t \in T$; 0 sinon.
- $Y_{i,j,t}$: flot circulant entre le nœud i et le nœud j à la période t , $(i, j) \in A, t \in T$.

Voici donc la formulation :

$$F = \min \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} \sum_{i \in V} f_{l,i,t} Z_{l,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} \sum_{(i,j) \in A} C_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} \quad (2.1)$$

Sujet à :

$$\left(\sum_{h \in \text{Amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t} \right) \left(\sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{l \in L} (\phi_l - \Phi_i) Z_{l,i,t'} + \Phi_i \right) = Y_{i,j,t}, \quad i \in V, t \in T, j = \text{aval}(i), \quad (2.2)$$

$$Y_{i,j,t} \leq \sum_{t' \in T, t' \leq t} \sum_{q \in Q} B_q X_{q,i,j,t'}, \quad (i,j) \in A, t \in T, \quad (2.3)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{l \in L} Z_{l,i,t} \leq 1, \quad i \in V \quad (2.4)$$

$$X_{q,i,j,t} \geq 0 \text{ et entières }, \quad q \in Q, (i,j) \in A, t \in T, \quad (2.5)$$

$$Y_{i,j,t} \geq 0, \quad (i,j) \in A, t \in T, \quad (2.6)$$

$$Z_{l,i,t} \in \{0, 1\}, \quad l \in L, i \in V, t \in T \quad (2.7)$$

La contrainte (2.2) représente la conservation du flot. Deux cas sont à envisager :

- aucun concentrateur n'est installé sur le nœud i tout au long de l'horizon de planification. Dans ce cas, $Y_{i,j,t} = (\sum_{h \in \text{amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t}) \Phi_i$.
- un concentrateur de type l est installé sur le nœud i , à la période t' alors :
 - Si $t < t'$ alors $Y_{i,j,t} = (\sum_{h \in \text{amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t}) \Phi_i$.
 - Si $t \geq t'$ alors $Y_{i,j,t} = (\sum_{h \in \text{amont}(i)} Y_{h,i,t} + D_{i,t}) \phi_l$.

La contrainte (2.3) exige que le flot $Y_{i,j,t}$ sortant du sommet i pour aller au sommet j n'ex-cède pas la capacité des câbles reliant les nœuds i et j .

La contrainte (2.4) indique qu'un concentrateur au plus peut être installé sur un nœud tout au long de l'horizon de planification.

Maintenant que le modèle mathématique a été clairement défini, nous pouvons procéder à sa résolution algorithmique. Cependant, nous allons tout d'abord présenter dans le chapitre qui suit, les procédures auxiliaires qui ont été utilisées dans notre approche de résolution.

Chapitre 3

Procédures auxiliaires

Notre algorithme de résolution fait appel à des procédures qui sont décrites dans d'autres travaux de recherche. Dans la suite, nous portons tout d'abord notre attention sur l'algorithme d'Ali Smires [13] qui utilise une approche itérative pour résoudre le même type de problème que celui qui nous intéresse présentement. Puis, l'approche de résolution implémentée par Christine Dupuis [5] pour résoudre le problème de dimensionnement des câbles est présenté.

3.1 L'algorithme d'Ali Smires

Un algorithme itératif basé sur des balayages en amont et en aval est la solution apportée par Ali Smires dans le cadre de son travail de maîtrise [13]. Nous décrivons dans la suite le mécanisme du balayage en aval puis, celui du balayage en amont. Enfin, le mécanisme itératif est présenté.

3.1.1 Le balayage en aval

À chaque itération k , des décisions d'installation sont prises localement sur chaque nœud du réseau. Le balayage s'effectue en partant des feuilles jusqu'à la racine de l'arbre. Ces décisions locales portent sur l'éventuelle installation d'un concentrateur sur le nœud à une

période donnée et des câbles qui achemineront le flot sortant de ce nœud à chaque période. Puisqu'il est nécessaire de connaître la quantité de flot arrivant à un nœud donné, à chaque période afin de prendre les décisions d'installation, il faut donc préalablement traiter tous les nœuds qui sont en amont de ce nœud.

En admettant que le flot arrivant au nœud i à la période t est connu, les décisions locales d'installation d'un concentrateur sur le nœud et de câbles sur l'arc sortant se font en minimisant la fonction suivante :

$$F_i^k = \sum_{t \in T} \sum_{l \in L} f_{l,i,t} Z_{l,i,t} + \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} c_{q,i,j,t} X_{q,i,j,t} + \sum_{t \in T} p_{j,t}^k Y_{i,j,t}, \quad i \in V \quad (3.1)$$

avec :

- j le nœud immédiatement en aval de i .
- $f_{l,i,t}$ le coût du concentrateur de type l installé sur le nœud i à la période t .
- $Z_{l,i,t}$ qui est une variable binaire qui prend la valeur 1 lorsque le concentrateur de type l est effectivement installé sur le nœud i à la période t ; 0 sinon.
- $c_{q,i,j,t}$ le coût du câble de type q installé sur l'arc reliant les nœuds i et j à la période t .
- $X_{q,i,j,t}$ le nombre de câbles de type q installés sur l'arc reliant les nœuds i et j à la période t .
- $p_{j,t}^k$ le prix par unité de flot chargé par le nœud j au nœud i à la période t et à l'itération k .
- $Y_{i,j,t}$ le flot sortant du nœud i acheminé vers le nœud j .

Ainsi donc, la première composante de cette équation représente le coût d'installation d'un concentrateur sur le nœud i à la période t .

La deuxième composante représente le coût d'installation des câbles qui vont acheminer le flot $Y_{i,j,t}$ entre les nœuds i et j à la période t .

La troisième composante est le prix total, calculé au prorata du flot $Y_{i,j,t}$, chargé par le nœud j au nœud i .

Notons que les prix $p_{j,t}^k$ sont initialisés à 0 à la première itération. Notons aussi que, pour

trouver les câbles à installer pour acheminer le flot $Y_{i,j,t}$, il faut faire appel à la méthode exacte de Christine Dupuis [5], présentée à la section 3.2.

Lorsque les décisions d'installation des équipements ont été prises sur tous les nœuds du réseau, il faut mettre à jour les prix chargés par les nœuds à leurs prédécesseurs immédiats, étant donné que les flots sortant des nœuds ont changé. Ceci est réalisé par un balayage en amont de l'arbre.

3.1.2 Le balayage en amont

Le balayage en amont commence par traiter le nœud immédiatement connecté au point d'accès central et descend jusqu'aux feuilles. Il a pour but de recalculer les prix chargés par les nœuds à leurs prédécesseurs immédiats. Ces prix seront utilisés à l'itération suivante lors du balayage en aval pour prendre de nouvelles décisions d'installation. Ainsi, le prix par unité de flot chargé par le nœud j à la période t et à l'itération $k + 1$ à ses nœuds qui sont immédiatement en amont s'exprime comme suit :

$$p_{j,t}^{k+1} = \frac{\sum_{l \in L} f_{l,j,t} Z_{l,j,t}^{k*} + \sum_{q \in Q} c_{q,j,r,t} X_{q,j,r,t}^{k*} + p_{r,t}^{k+1} Y_{j,r,t}^{k*}}{\sum_{i \in \text{amont } j} Y_{i,j,t}^{k*} + D_{j,t}}, \quad r = \text{aval}(j), \quad j \in V, \quad t \in T. \quad (3.2)$$

avec Z^{k*} , X^{k*} et Y^{k*} les valeurs obtenues à la fin du balayage en aval précédemment effectué.

On remarque dans l'équation précédente que pour calculer le prix $p_{j,t}^{k+1}$, il faut au préalable connaître le prix $p_{r,t}^{k+1}$ chargé par le nœud r au nœud j . Par conséquent, il faut obligatoirement traiter tous les nœuds qui sont en aval d'un nœud donné avant de traiter ce dernier.

Dans l'équation précédente, le numérateur représente le coût associé au nœud j à la période t . Le dénominateur équivaut au flot total arrivant au nœud j , incluant les flots envoyés par les nœuds immédiatement en amont et la demande locale au nœud j . Ainsi, $p_{j,t}^{k+1}$ est le prix par unité de flot chargé par le nœud j à la période t à l'itération $k + 1$ à chacun des nœuds qui sont immédiatement en amont, pour le traitement du flot envoyé par ces nœuds. Notons que

le point d'accès central ne charge rien à son prédécesseur immédiat.

L'exemple qui suit illustre le calcul de ces prix à l'itération k et pour une seule période. On suppose que le balayage en aval vient juste d'être complété et que les équipements installés aux nœuds sont connus, de même que les flots sur les arcs (c.f. les flèches pleines dans la figure 3.1). Considérons le nœud a directement connecté au point d'accès central. Le flot arrivant à ce nœud est égal à la somme des flots sortant des nœuds b et c additionnée de la demande locale (représentée par un carré plein), soit $10 + 20 + 20 = 50$. Étant donné que le flot sortant est égal à 20, il est clair qu'un concentrateur est installé sur ce nœud. Chaque flèche en trait brisé entre deux nœuds y et x dans la figure 3.1 représente le prix total chargé par y à x . Ce prix est le produit du flot acheminé sur l'arc (x, y) et du prix unitaire chargé par y à x . Si nous supposons que le coût des équipements installés au nœud a est égal à 100, alors $p_{a,1}^{k+1} = \frac{100}{10+20+20} = 2$ par unité de flot. Le nœud a charge donc aux nœuds b et c respectivement $2 * 10 = 20$ et $2 * 20 = 40$ à l'itération $k + 1$. De plus, il y a un prix associé à la demande locale au nœud a qui est égal à $2 * 20 = 40$. On remarque donc que la somme de ces trois prix $20 + 40 + 40 = 100$ correspond effectivement au coût total assumé par le nœud a pour traiter le flot entrant. Continuons avec le nœud b et supposons que le coût total des équipements est 200. Donc $p_{b,1}^{k+1} = \frac{200+20}{10+20+10} = 5,5$ par unité de flot. Le nœud b charge donc aux nœuds d et e respectivement $5,5 * 10 = 55$ et $5,5 * 10 = 55$ à l'itération $k + 1$. De plus, il y a un prix associé à la demande locale au nœud b qui est égal à $5,5 * 20 = 110$. On remarque donc, ici aussi, que la somme de ces trois prix $55 + 55 + 110 = 220$ est effectivement le coût total assumé par le nœud b pour traiter le flot entrant. La procédure continue jusqu'à ce que tous les nœuds aient été traités.

3.1.3 Pseudo-code de l'heuristique itérative

Dans cette partie, le pseudo-code de la procédure itérative est présenté.

1. $k \leftarrow 0$

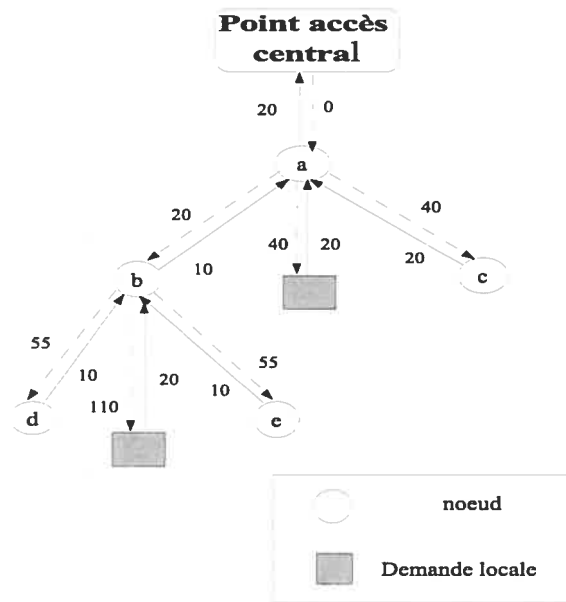


FIG. 3.1 – Flots (traits pleins) et prix (traits brisés)

2. Indicateur $\leftarrow 0$
3. $p_{j,t}^0 \leftarrow 0, j \in V, t \in T$
4. Tant que ($k \leq K_{\max}$) et (Indicateur = 0) faire
 - (a) Balayage en aval pour générer une solution basée sur les prix $p_{j,t}^k, j \in V, t \in T$.
 - (b) Balayage en amont pour générer $p_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$.
 - (c) Si $p_{j,t}^k = p_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$ alors
 Indicateur $\leftarrow 1$.
 Sinon
 $p_{j,t}^k \leftarrow p_{j,t}^{k+1}, j \in V, t \in T$.
 $k \leftarrow k + 1$
5. Retourner la meilleure solution trouvée.

avec :

- $p_{j,t}^k$ le prix chargé par le nœud j à ses prédécesseurs immédiats à la période t et à l'itération k .
- K_{\max} le nombre total d'itérations.

Nous appliquons cette procédure au sein de notre méthode de descente pour mettre à jour les équipements le long de la chaîne entre un sommet donné et la racine, comme nous le verrons plus loin.

3.2 Le dimensionnement des câbles

L'algorithme de dimensionnement des câbles a été mis au point par Christine Dupuis dans le cadre de son projet de maîtrise [5]. Cet algorithme exact calcule le nombre de câbles de chaque type à installer à chaque nœud et à chaque période pour acheminer le flot sortant de ce nœud.

Considérons un nœud du réseau avec une capacité initiale Q_0 au début de l'horizon de planification et une demande périodique D_t , $1 \leq t \leq T$. Soient n différents types d'équipements et $C_{j,t}$ le coût à la période t , $1 \leq t \leq T$ de l'équipement de type j , $1 \leq j \leq n$, de capacité Q_j . Soit $X_{j,t}$ le nombre d'équipements de type j à installer à la période t . Il en découle, pour chaque nœud du réseau, la formulation mathématique suivante :

Minimiser

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T C_{j,t} X_{j,t} \quad (3.3)$$

sous les contraintes :

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t'=1}^T Q_0 + Q_j X_{j,t'} \geq D_t, \forall t \quad (3.4)$$

$$X_{j,t} \geq 0 \text{ et entiers} \quad (3.5)$$

L'objectif (3.3) consiste à trouver, pour un nœud donné, la combinaison de câbles qui permet de satisfaire la demande périodique D_t à coût minimal. La contrainte (3.4) exige que

la capacité en bande passante totale disponible au nœud soit supérieure à la demande courante D_t .

Ce problème de sac-à-dos multi-contraintes peut être considéré comme un problème de plus court chemin dans un graphe où les nœuds correspondent aux états et les arcs à des transitions. Un état correspond à la capacité résiduelle du nœud à une période t donnée et les transitions sont les ajouts de capacité. Ce problème de plus court chemin est ensuite résolu par programmation dynamique.

Nous utilisons cette procédure au sein de notre méthode de descente afin de déterminer les câbles à installer à chaque période sur l'arc sortant d'un nœud, lorsque l'installation du concentrateur a été modifiée à ce nœud (type de concentrateur et/ou période d'installation).

Chapitre 4

Méthodes de résolution

Ce chapitre présente la méthode heuristique que nous avons élaborée pour résoudre le problème d'expansion de la capacité. Les travaux dans la littérature scientifique qui portent sur le même type de problème, font souvent appel à des méthodes de résolution exactes basées sur la programmation en nombres entiers. Cependant, les méthodes heuristiques permettent, tout en manipulant de plus grandes instances, de résoudre très efficacement ces problèmes. Nous avons donc décidé de développer un algorithme génétique intégrant un opérateur de descente locale. Dans un premier temps, l'algorithme de résolution sera présenté de façon très schématique. Les détails seront fournis dans les chapitres suivants.

4.1 La méthode de descente locale

Une méthode de descente locale est un algorithme de recherche qui explore un ou plusieurs voisinages dans un espace de solutions afin de trouver un optimum local (possiblement global). C'est une procédure itérative qui s'exécute tant qu'il est possible d'améliorer la meilleure solution courante. Typiquement, une méthode de descente se décrit comme suit :

1. Soit S la solution initiale et $N(S)$ l'ensemble des solutions situées dans le voisinage de S

2. $stop \leftarrow faux$
3. Tant que $stop = faux$ faire
 - (a) générer $V^* \subseteq N(S)$
 - (b) déterminer S' tel que $f(S') = \min_{S^* \in V^*} f(S^*)$
 - (c) si $f(S') < f(S)$ alors $S \leftarrow S'$ sinon $stop \leftarrow vrai$
4. Retourner S .

avec :

- S la meilleure solution courante.
- V^* un sous-ensemble du voisinage de S .
- $f(S)$, la mesure de performance de la solution S .

4.2 La descente locale "multi-start"

La descente locale à répétitions, que nous appelons "multi-start" dans la suite, consiste à appliquer une méthode de descente à partir de solutions différentes et à retenir le meilleur optimum local rencontré à la fin.

Le pseudo-code présenté à la section 4.1 s'applique donc toujours, sauf qu'il est intégré dans une procédure itérative au sein de laquelle une nouvelle solution initiale S_m est utilisée à chaque itération m . Si nous dénotons par $DL(S_m)$ le pseudo-code pour la méthode de descente présenté à la section 4.1, où la variable S qui contient la solution courante est remplacée par S_m , nous obtenons :

1. Générer une solution S_0
2. $S'' \leftarrow DL(S_0)$
3. Pour $m = 1, \dots, M$
 - (a) Générer une solution S_m
 - (b) $S'_m \leftarrow DL(S_m)$

(c) Si $f(S'_m) < f(S'')$ alors $S'' \leftarrow S'_m$

4. Retourner S'' .

avec :

- S'' la meilleure solution courante.
- $f(S'_m)$, la mesure de performance de la solution S'_m .
- M un paramètre qui spécifie le nombre de répétitions.

4.3 L'algorithme génétique

Un algorithme génétique s'exécute sur une population de solutions. A chaque solution est associée une mesure de performance ou "fitness". Le but est de trouver la meilleure solution possible en appliquant des opérations de sélection, croisement et mutation sur les solutions dans la population. La méthode s'inspire du principe d'évolution des espèces et de la génétique d'où son nom : *algorithme génétique*. Les principales caractéristiques d'un algorithme génétique sont :

- la représentation de la solution sous forme de chromosome,
- la mesure de performance de la solution,
- la génération de la population initiale,
- les opérations de sélection, croisement et mutation.

Le pseudo-code de base d'un algorithme génétique est :

1. Générer une population initiale de N chromosomes (Génération 0).
2. Évaluer la mesure de performance de chaque chromosome.
3. **Reproduction** : sélectionner N chromosomes parents dans la population courante.
4. **Croisement** : choisir aléatoirement une paire de parents pour le croisement. Habituellement, un chromosome est une chaîne de bits, donc le croisement consiste à échanger des sous-chaînes de bits de façon à créer deux enfants différents.

5. **Mutation** : Traiter les deux enfants avec l'opérateur de mutation (la mutation consiste à modifier un ou plusieurs bits du chromosome avec une certaine probabilité) et ajouter ceux-ci dans la nouvelle population.
6. Répéter les étapes 4 et 5 jusqu'à ce que tous les parents aient été traités (N enfants sont créés).
7. Remplacer l'ancienne population par la nouvelle.
8. Évaluer la mesure de performance de chaque chromosome dans la nouvelle population.
9. Retourner en 3. si le nombre de générations actuel est moindre que le nombre maximal de générations. Autrement, le résultat final est le meilleur chromosome généré durant la recherche.

Les algorithmes génétiques [8] ont été utilisés avec succès pour résoudre de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire, particulièrement ceux définis sur des graphes comme le problème de coloration de graphe, le problème de tournées de véhicules, le problème d'ordonnancement d'atelier, le problème de sac à dos, etc.

4.4 Prototype global de l'algorithme de résolution

Notre première approche pour résoudre le problème qui nous intéresse a été d'implémenter une méthode de descente locale. En gros, cette méthode de recherche parcourt le réseau d'accès local de forme arborescente, niveau par niveau et repère à chaque niveau le ou les nœud(s) qui permettent de réduire le plus les coûts d'installation dans tout le réseau, lorsque l'on modifie la configuration de leurs équipements.

Ayant constaté que cette méthode de descente locale donnait déjà de meilleurs résultats que la méthode décrite dans [13], nous avons voulu repousser les frontières encore plus loin et nous avons intégré cette méthode de descente à un algorithme génétique.

L'algorithme génétique, quant à lui, part d'une population initiale dont les solutions ont été

produites à l'aide d'une version simplifiée de l'algorithme d'Ali Smires (où une seule itération de la méthode est exécutée), en perturbant aléatoirement certains de ses paramètres. Puis, la méthode de descente locale est appliquée à chacune de ces solutions (à ce niveau, nous obtenons l'équivalent d'un multi-start). L'algorithme génétique effectue ensuite à chaque génération, les opérations de **reproduction**, **sélection** et **croisement**. Une fois la nouvelle population créée, la **descente locale** est appliquée sur les solutions de cette population. Cette descente locale représente en fait l'opérateur de **mutation**. La combinaison des deux heuristiques a été bénéfique car de meilleurs résultats, comparés à ceux trouvés en appliquant uniquement la méthode de descente, ont pu être obtenus. Afin de mieux saisir le déroulement de l'algorithme que nous avons implémenté, un pseudo-code est présenté dans ce qui suit.

Dans l'algorithme de résolution, une *solution* est représentée par une configuration spécifique de câbles et de concentrateurs. La *mesure de performance* d'une solution correspond au coût global des câbles et des concentrateurs installés.

L'algorithme est défini comme suit :

1. Générer la population initiale
2. Tant que le nombre de générations maximal G n'est pas atteint et que la population n'est pas homogène faire :
 - (a) Copier les P_r % meilleures solutions dans la nouvelle population.
 - (b) Tant que la nouvelle population n'est pas complète faire :
 - i. Sélectionner deux solutions aléatoirement et les croiser avec une probabilité P_c (les individus non croisés sont copiés directement dans la nouvelle population).
 - ii. Appliquer la descente locale sur les enfants obtenus.
 - iii. Insérer les enfants dans la nouvelle population.
 - (c) Remplacer la population courante par la nouvelle population.

3. Retourner la meilleure solution générée au cours de l'algorithme.

Les chapitres 5 et 6 détailleront toutes les subtilités de l'algorithme de résolution.

4.5 Résumé des chapitres à venir

Le chapitre qui suit sera consacré à la méthode de *descente locale* et aux détails de son implémentation. Ensuite, un chapitre traitera de *l'algorithme génétique*, de son mode de fonctionnement et de la manière dont la descente locale est intégrée. Le dernier chapitre exposera les résultats expérimentaux pour chacune des deux méthodes, d'abord séparément, puis combinées ensemble, et des comparaisons seront établies.

Chapitre 5

Descente locale

Notre première approche dans le but de résoudre le problème d'expansion multi-périodes de la capacité a été d'implémenter une méthode de descente locale. Essentiellement, notre algorithme de descente parcourt l'arborescence niveau par niveau, de la racine vers les feuilles. À chaque niveau, la méthode procède à une évaluation de tous les nœuds afin de trouver celui qui permet une plus grande diminution du coût global du réseau lorsque sa configuration d'équipements est modifiée. Le mouvement de base permettant de définir le voisinage de la solution courante correspond donc pour un nœud donné, à enlever le concentrateur couramment installé, et à considérer ensuite l'installation de chaque type de concentrateur disponible à chacune des périodes de l'horizon. La meilleure alternative est retenue et nous procédons alors à une mise à jour des câbles sur l'arc sortant pour chaque période de l'horizon de planification, à l'aide de la procédure exacte de Christine Dupuis présentée au chapitre 3 [5].

Notons que dans la suite, nous considérons que la racine du réseau local est le sommet immédiatement en amont du point d'accès central (sommet 1 à la figure 2.1).

5.1 Pseudo-code de la méthode

Cette section décrit les étapes principales de l'algorithme de descente. Les détails de chacune de ces étapes seront expliqués dans la section suivante. Ce pseudo-code est essentiel afin de pouvoir comprendre le fonctionnement général de la méthode.

1. Générer la solution initiale.
 2. Tant qu'il est possible de réduire le coût global des équipements installés sur le réseau et que $nb_tour < nb_tour_max$: $niveau_courant \leftarrow$ niveau des nœuds immédiatement en amont de la racine.
 - (a) Tant que tous les niveaux de l'arbre n'ont pas été parcourus :
 - (i) $Erest \leftarrow$ ensemble des nœuds du niveau courant.
 - (ii) Tant que $Erest \neq \emptyset$ faire :
 - A. Sélectionner les $\min\{W, |Erest|\}$ meilleurs nœuds du niveau courant selon une évaluation partielle ne tenant compte que du remplacement du concentrateur au nœud et de la mise-à-jour des câbles sur l'arc sortant. Mettre ces nœuds dans $Eval$.
 - B. Évaluer exactement chaque nœud dans $Eval$ en propageant les modifications d'équipements dans tout le réseau et sélectionner le meilleur nœud v^* .
 - C. Si une réduction du coût est observée, alors mettre à jour la solution courante, $Erest \leftarrow Erest - \{v^*\}$; sinon $Erest \leftarrow Erest - Eval$
 - (iii) Passer au niveau suivant.
 - (b) $nb_tour = nb_tour + 1$
 3. Retourner la meilleure solution.
- avec :
- nb_tour : le numéro de l'itération courante.
 - nb_tour_max : le nombre maximum d'itérations.
 - W : un paramètre

5.2 Description détaillée de la méthode

5.2.1 Génération de la solution initiale

L'approche de Smires et al. [13] est utilisée pour générer la solution initiale. En fait, une seule itération de cet algorithme est effectuée où les décisions d'installation des équipements sont prises à chaque nœud du réseau, en partant des feuilles jusqu'à la racine, avec les prix fixés à 0. Puis, les prix chargés par les nœuds à leurs prédécesseurs immédiats sont mis-à-jour, en partant cette fois de la racine jusqu'aux feuilles.

5.2.2 Méthode de descente

Dans cette partie, nous décrivons les principaux éléments de l'algorithme de descente proprement dit.

Structure de voisinage

Le mouvement de base qui définit la structure de voisinage se décrit comme suit, pour un nœud donné v :

1. Enlever le concentrateur courant.
2. Pour $l = 1, \dots, L$
 - (a) Pour $t = 1, \dots, T$
 - i. Installer le concentrateur l à la période t .

À partir d'un nœud donné, on crée donc autant de solutions voisines qu'il y a de périodes et de types de concentrateur.

Évaluation partielle

Afin de trouver le meilleur remplacement pour le concentrateur courant à un nœud donné, une évaluation partielle est d'abord faite localement au nœud. Plus précisément, seuls le

remplacement du concentrateur à ce nœud et l'ajustement des câbles sur l'arc sortant (à l'aide de la procédure exacte de Christine Dupuis) sont tenus en compte. Les nœuds ainsi évalués sont ensuite triés du meilleur au moins bon. Les W meilleurs nœuds sont ensuite retenus pour une évaluation complète.

Évaluation complète

Les meilleurs nœuds issus de l'évaluation partielle sont soumis à une évaluation dite complète. Lors de l'évaluation complète d'un nœud, les décisions d'installation à ce nœud sont propagées le long de la chaîne allant de ce nœud jusqu'à la racine de l'arbre. En effet, lorsque la configuration des équipements d'un nœud est modifiée, la quantité de flot sortant de ce nœud est aussi modifiée. Donc, la configuration des câbles sur les arcs et des concentrateurs sur chacun des nœuds de la chaîne allant du nœud modifié jusqu'à la racine doit être mise à jour. Cette mise à jour est effectuée avec l'algorithme de Smires [13], mais uniquement sur la chaîne allant du nœud évalué jusqu'à la racine de l'arbre. Ainsi, pour mettre à jour la configuration des équipements de chacun des nœuds sur cette chaîne, un balayage en aval est suivi d'un balayage en amont. Les balayages se poursuivent jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucune amélioration du coût total de l'arbre.

Cette évaluation est dite complète car, contrairement à l'évaluation partielle, les modifications ne se restreignent pas seulement au nœud évalué mais à toute la chaîne menant jusqu'à la racine. À l'issue de cette évaluation complète le meilleur nœud est choisi. Il faut noter qu'il ne s'agit que d'une évaluation, car les modifications aux équipements ne sont pas encore réellement appliquées.

Amélioration de la meilleure solution courante

Une fois le meilleur nœud choisi, si les modifications le long de la chaîne allant de ce nœud à la racine du réseau entraînent une réduction du coût global, alors la configuration du réseau est mise à jour (de même que les prix chargés par les nœuds à leurs prédécesseurs

immédiats). Aussi, cette nouvelle solution est sauvegardée. Si, par contre, ces modifications n'induisent pas une réduction du coût global du réseau, elles ne sont pas validées et le réseau reste inchangé.

Critère d'arrêt

L'algorithme s'exécute tant que tous les nœuds du niveau courant n'ont pas été évalués et que tous les niveaux de l'arbre n'ont pas été traités. Enfin, le tout est répété jusqu'à ce qu'un nombre maximal d'itérations soit atteint ou que plus aucune amélioration ne soit observée après un balayage complet de l'arbre.

L'algorithme retourne la solution obtenue à la fin. Les résultats expérimentaux de cet algorithme sont présentés au chapitre 7.

La descente locale offre l'opportunité d'explorer en profondeur une région de l'espace des solutions et de se rapprocher ou d'atteindre le minimum local situé dans cette région. Cependant, le minimum local est souvent différent du minimum global et peut même s'en trouver très éloigné. Nous avons donc pensé qu'il serait judicieux de mettre au point une méthode de recherche capable de naviguer de façon beaucoup plus large dans l'espace des solutions et donc, explorer d'autres régions potentiellement intéressantes. C'est dans cette optique que nous avons opté pour un algorithme génétique qui intègre notre méthode de descente locale.

Chapitre 6

Algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont utilisés pour résoudre de nombreux problèmes d'optimisation combinatoire, notamment des problèmes possédant un vaste espace de solutions. Ils ont été appliqués par exemple aux problèmes de tournées de véhicules, de coloration de graphe, etc. Ils offrent la possibilité de s'échapper des optima locaux et de découvrir d'autres régions de l'espace des solutions. Cependant, leur temps d'exécution est souvent assez important, ce qui peut limiter le nombre d'applications pouvant être abordées. Mais lorsque le temps d'exécution n'est pas une contrainte, les algorithmes génétiques peuvent s'avérer très utiles et produire d'excellents résultats, souvent très proches de l'optimum.

Ainsi, pour le problème qui nous occupe, nous avons choisi d'appliquer un algorithme génétique en espérant que cette méta-heuristique donnera de meilleurs résultats que la simple méthode de descente locale précédemment implémentée.

Dans ce chapitre, nous étudierons les détails d'implémentation de notre algorithme.

6.1 Description détaillée

Dans cette section, nous allons décrire chacune des étapes de l'algorithme qui a été implémenté, en se basant sur le diagramme fonctionnel illustré à la figure 6.1.

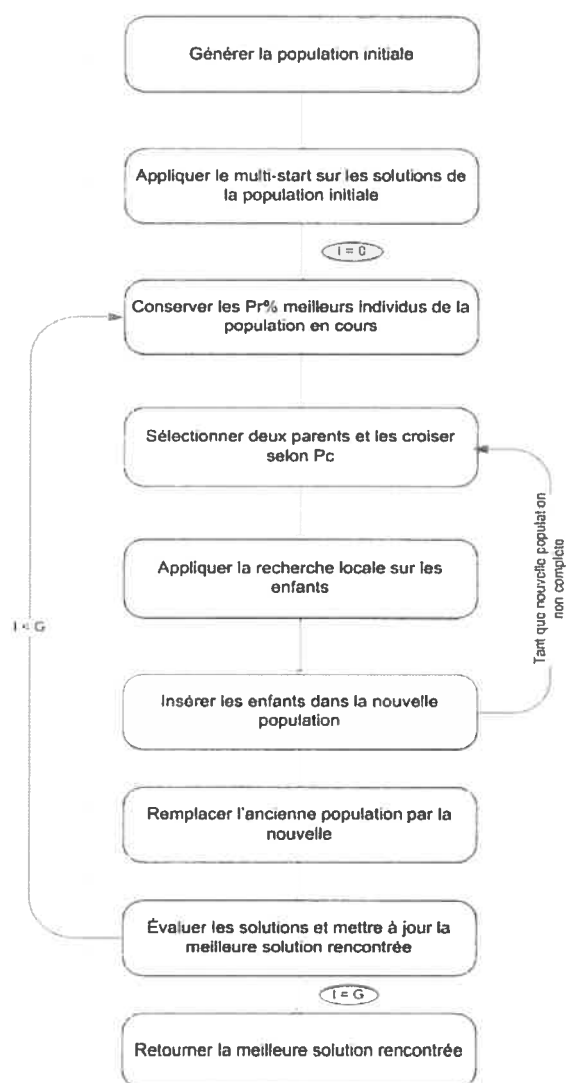


FIG. 6.1 – Schéma global de la méthode de résolution

6.1.1 Génération de la population initiale

Il est important de faire en sorte que chacun des individus de la population initiale soit différent de ses pairs.

Pour générer la population initiale, nous avons procédé comme suit :

- Pour le premier individu, une itération de l'algorithme de Smires est appliquée, c'est-à-dire que les décisions d'installation sont prises en balayant l'arbre une seule fois avec les prix fixés à 0.
- Pour tous les autres individus de la population initiale, la procédure de génération reste la même ; cependant, pour différencier les individus les uns des autres, l'algorithme de Smires est appliquée avec des prix qui ne sont plus égaux à zéro, mais qui prennent une valeur aléatoire. Ces valeurs aléatoires dépendent d'une constante spécifiée par l'utilisateur. Dans les résultats expérimentaux présentés au chapitre 7, cette constante a été fixée à 35. Ainsi, les prix oscilleront entre 0 et 35.

Cette méthode permet d'avoir une population de solutions dont chacune possède sa propre configuration d'équipements. La descente locale est appliquée à chacune des solutions de la population initiale et la meilleure solution obtenue est sauvegardée dans une variable appelée *sollnit*.

6.1.2 Reproduction

Pour s'assurer d'avoir un groupe de "bonnes" solutions dans les populations générées, un certain pourcentage des meilleures solutions de l'ancienne population sont copiées dans la nouvelle population. Ainsi, il est certain que les meilleures solutions participeront au croisement et pourront donner naissance à des enfants possiblement plus performants.

6.1.3 Sélection

À cette étape, il faut sélectionner les parents qui participeront au croisement afin de générer des enfants. Deux méthodes de sélection ont été implémentées :

- La sélection proportionnelle ou "roulette wheel selection" : Ici, meilleure est la solution, plus l'intervalle qu'elle occupe sur la roulette est grand. Cet intervalle est compris entre 0 et la somme des mesures de performance de toutes les solutions de la population courante. Un nombre aléatoire est généré dans cet intervalle. La solution, dont l'intervalle inclut le nombre aléatoire généré, est choisi. On sélectionne ainsi autant de parents qu'il en faut pour générer les enfants de la prochaine génération.
- La méthode des rangs ou "rank selection" : Les individus de la population sont d'abord ordonnés selon leur mesure de performance, du meilleur au moins bon. Ensuite, à chaque individu est attribué une mesure de performance transformée comprise entre une valeur Max et une valeur Min , tel que $Max + Min = 2$ et $0 \leq Min \leq 1 \leq Max \leq 2$. Le meilleur individu a la valeur Max et le pire individu la valeur Min . Par ailleurs, l'individu de rang i a la valeur $Max - \frac{(Max-Min)(i-1)}{M-1}$, où M est le nombre de solutions dans la population courante. Ensuite, les solutions sont sélectionnées avec la méthode de sélection proportionnelle appliquée aux mesures de performance transformées.

L'avantage de cette méthode est qu'il est possible de modifier les valeurs Max et Min . Ainsi, si l'on veut mettre l'emphasis sur les meilleurs individus, on donnera à la variable Max une valeur assez proche de 2. Au contraire, si l'on veut privilégier les moins bons individus - pour ajouter un peu de diversité dans la population - on donnera à Max une valeur assez proche de 1.

6.1.4 Croisement

Après avoir sélectionné les individus parents, il faut, avec une probabilité pc , les croiser deux à deux pour générer les individus enfants. Pour ce faire, il faut tout d'abord choisir deux parents aléatoirement. Ensuite, selon la probabilité pc , les deux parents seront ou non croisés.

S'ils ne sont pas croisés, les enfants seront des copies des parents. Si, par contre, ils doivent être croisés, l'opération de croisement s'effectue comme suit :

- Choisir un point de croisement différent de la racine. Pour ce faire, nous avons mis au point une petite procédure qui génère le point de croisement aléatoirement en favorisant fortement les nœuds internes par rapport aux nœuds feuilles.

Soit $|V|$ le nombre de nœuds dans l'arbre :

1. Générer un nombre aléatoire entre 1 et $|V|$ et choisir le nœud dont l'indice correspond à ce nombre. Il faut noter que ce nœud est différent de la racine (car son indice est 0).
2. Tant que le nœud choisi est une feuille et que $iter < 10$
 Générer un nombre aléatoire entre 1 et $|V|$ et choisir le nœud dont l'indice correspond à ce nombre ; incrémenter $iter$.
3. Retourner le dernier nœud choisi.

Étant donné que tous les individus ont la même structure arborescente, qui correspond à la topologie du réseau sous-jacent, le point de croisement doit être le même pour les deux parents. Cela veut dire que le point de croisement choisi est appliqué aux deux parents afin de pouvoir générer des enfants qui ont la même structure arborescente.

- Générer deux enfants en échangeant les sous-arbres situés sous les points de croisement (incluant ce point de croisement).
- Après avoir échangé les sous-arbres et ainsi créé les deux enfants, il faut mettre à jour, sur chacun des enfants, la chaîne de nœuds allant du nœud immédiatement en aval du point de croisement jusqu'au nœud racine. Cette mise à jour est effectuée en appliquant, sur la chaîne, le balayage en aval décrit dans le chapitre 3. Puis, un balayage en amont est appliqué sur tout le réseau afin de mettre à jour les prix et de rendre cohérente la configuration globale du réseau.

Le processus est répété jusqu'à ce qu'il y ait assez d'enfants pour remplacer les parents. La figure 6.2 montre le processus de création de deux solutions enfants.

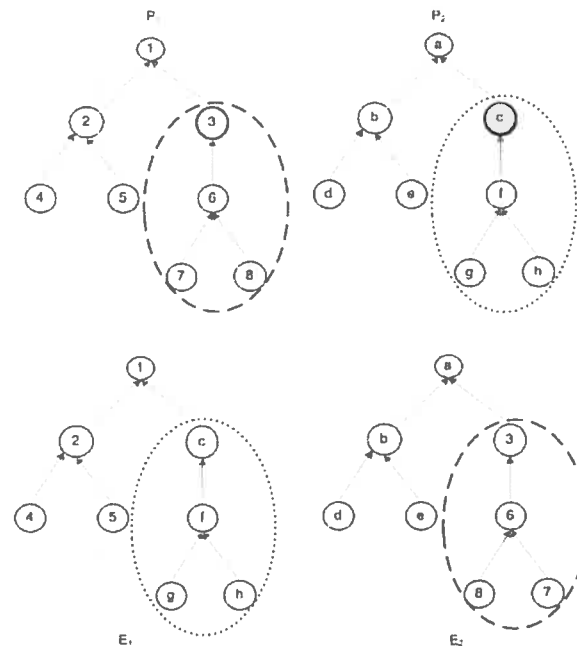


FIG. 6.2 – Opérateur de croisement

L'opération de croisement que nous avons implémentée rappelle celle utilisée en programmation génétique. En effet, la programmation génétique manipule des populations de structures arborescentes et définit les opérations de sélection, croisement et mutation pour ces structures. La différence ici est que nous devons toujours manipuler des structures arborescentes identiques. En conséquence, le même point de croisement doit être choisi sur les deux parents, ce qui n'est pas forcément le cas en programmation génétique [9].

6.1.5 Descente locale

La descente locale est en fait notre opérateur de mutation, puisqu'elle permet de modifier les solutions de la population courante. Celle-ci est appliquée à tous les enfants générés par l'opérateur de croisement. Cependant, pour éviter une convergence prématurée de la population, la solution sur laquelle est appliquée la descente locale n'est pas remplacée par l'optimum local. Seule sa mesure de performance est modifiée. Toutefois la méthode sauve-

garde toujours le meilleur optimum local rencontré.

Nous avons effectué des tests sur une deuxième variante qui exécute la descente locale uniquement sur un pourcentage (spécifié par l'utilisateur) de solutions dans la population courante et qui les remplace par les optima locaux obtenus ; cependant les résultats n'ont pas été satisfaisants et cette variante n'a donc pas été retenue.

La descente locale est indispensable car, lorsqu'elle est appliquée sur une solution, elle permet de trouver la configuration d'équipements la moins coûteuse que l'on peut obtenir à partir de cette solution. La combinaison de l'algorithme génétique avec la descente locale nous apparaît comme un outil puissant de recherche dans l'espace des solutions car l'algorithme génétique échantillonne cet espace pendant que la méthode de descente en sonde les profondeurs.

6.1.6 Remplacement de la population

À cette étape-ci, il faut créer la nouvelle génération de solutions. Elle est composée des $Pr\%$ meilleures solutions de la génération précédente auxquelles on ajoute les nouveaux enfants générés.

Et la boucle continue jusqu'à ce que le nombre maximal de générations soit atteint ou que l'on remarque que toutes les solutions sont identiques.

6.2 Évaluation de la meilleure solution

Tout au long de l'exécution de l'algorithme, la meilleure solution rencontrée est toujours sauvegardée.

Grâce à notre algorithme génétique combiné à une méthode de descente locale nous avons la possibilité d'explorer différentes régions de l'espace des solutions. La combinaison de

ces deux heuristiques nous a permis d'obtenir de meilleurs résultats que ceux obtenus avec la seule méthode de descente. Le chapitre qui suit est entièrement consacré aux résultats expérimentaux que nous avons obtenus.

Chapitre 7

Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux fournis par la méthode de descente locale et par l'algorithme génétique (auquel est intégré l'opérateur de descente locale) sont présentés dans ce chapitre.

Nous décrivons tout d'abord les types de problèmes sur lesquels les deux algorithmes ont été testés. Ensuite, les résultats obtenus à l'issue de la descente locale sont présentés de même que ceux obtenus avec l'algorithme génétique. Finalement, une série d'analyses comparatives clôturera le chapitre.

7.1 Génération des instances

Nous décrivons ici les différents types de problèmes sur lesquels les tests ont été appliqués, c'est-à-dire la structure des réseaux, les types d'équipements de même que leur coût et l'évolution de la demande en bande passante à chaque nœud du réseau.

7.1.1 Taille des instances

Tous les problèmes considérés sont des réseaux comprenant 110 nœuds. Cependant, il y a trois différentes structures arborescentes. La première où le nombre de prédécesseurs est le même pour chacun des nœuds du réseau (sauf les feuilles), la deuxième où le nombre

de prédécesseurs augmente de la racine vers les feuilles et la troisième où le nombre de prédécesseurs diminue de la racine vers les feuilles.

7.1.2 L'horizon de planification

Nous avons testé les instances avec un nombre de périodes égal à 4. Nous pensons que ce nombre est suffisant pour analyser le comportement des heuristiques dans un contexte multi-périodes.

7.1.3 Les équipements

- **Les câbles** : nous avons considéré quatre types de câbles : STM-1 (type 1), STM-4 (type 2), STM-16 (type 3), STM-64 (type 4) qui sont de capacités respectives 1, 4, 16, 64.
- **Les concentrateurs** : trois types de concentrateurs ont été testés. Ils diffèrent les uns des autres par leur facteur de compression. Le premier type a un facteur de compression de 0,6, ce qui veut dire que le flot sortant correspond à 60% du flot qui transite au nœud. Le deuxième type a un facteur de compression de 0,4 et le troisième un facteur de compression de 0,2.

Pour les coûts des équipements, trois dimensions ont été prises en compte :

1. **Les économies d'échelle** : Elles font référence à l'augmentation des coûts des câbles et des concentrateurs dépendamment de leur capacité et de leur facteur de compression. Typiquement, un câble de capacité 4 sera plus coûteux qu'un autre de capacité 1, cependant le coût du premier câble ne sera pas forcément le quadruple du coût du second. Cela correspond aux économies d'échelle.

Plus généralement, le coût d'un câble de type q à une période t donnée s'exprime en fonction du coût d'un câble de type $q - 1$ à la même période t de la façon suivante :

$$\begin{cases} c_{1,t} = \text{constante} \\ c_{q,t} = \lfloor k * c_{(q-1),t} \rfloor, \quad 2 \leq q \leq 4 \quad \text{et} \quad 1 \leq t \leq T \end{cases}$$

où $\lfloor x \rfloor$ est la valeur plancher de x et k est choisi dans l'un des intervalles $[1, 2[$, $[2, 3[$ ou $[3, 4[$ si l'économie d'échelle est *élevée*, *moyenne* ou *faible*, respectivement. Par exemple, considérons les quatre types de câbles ayant pour capacités respectives 1, 4, 16, 64. Si le coût d'un câble de type 1 à la période 1 est de 10 alors, avec une forte économie d'échelle, le coût d'un câble de type 2 à la même période pourrait être $c_{2,1} = \lfloor 1,5 * 10 \rfloor = 15$.

De même, pour les concentrateurs nous avons la formule suivante :

$$\begin{cases} f_{1,t} = \text{constante} \\ f_{l,t} = \lfloor m * f_{(l-1),t} \rfloor, \quad 2 \leq l \leq 3 \quad \text{et} \quad 1 \leq t \leq T \end{cases}$$

avec m pris dans l'un des intervalles $[1, 0, 1, 3[$, $[1, 3, 1, 7[$ ou $[1, 7, 2, 0[$ si l'économie d'échelle est *élevée*, *moyenne* ou *faible*, respectivement.

2. L'obsolescence des coûts : Les coûts des câbles et des concentrateurs diminuent au fur et à mesure que l'on progresse dans le temps. Six schémas de diminution des coûts ont été considérés :

- Les modèles où les coûts diminuent de façon constante d'une période à l'autre. Le modèle **1-1-1** indique que le coût d'un câble diminue de 10% par rapport à son coût à la période précédente et ce, à chaque période. Aussi, le modèle **2-2-2** marque une diminution des coûts de 20% à chacune des périodes.
- Les modèles où la réduction du coût est faible au début de l'horizon puis, cette diminution augmente au fur et à mesure que l'on s'approche de la fin de l'horizon de planification. Le schéma **1-2-3** indique une diminution de 10% entre la période 1 et la période 2, puis une autre de 20% entre la période 2 et la période 3 et une dernière

diminution de 30% entre la période 3 et la dernière période. Le principe est le même pour le schéma **1-2-6**.

- Les modèles où la diminution est importante au début de l'horizon puis devient de moins en moins considérable lorsque l'on s'approche de la fin de l'horizon de planification. Ainsi, le schéma **3-2-1** marque une réduction du coût de 30% entre la période 1 et la période 2, puis une diminution de 20% entre la période 2 et la période 3 et enfin une réduction de 10% entre la période 3 et la dernière période. Le principe est le même pour le schéma **6-2-1**.

3. **Le ratio entre les coûts des câbles et ceux des concentrateurs** : Il existe un ratio entre les coûts des câbles et des concentrateurs. Ce ratio est *élevé* lorsque les coûts des concentrateurs dépassent de loin ceux des câbles, ce qui conduit souvent à des solutions avec peu de concentrateurs installés. Le ratio est *faible* lorsque les coûts des concentrateurs sont relativement bas par rapport à ceux des câbles, ce qui conduit à des solutions avec beaucoup de concentrateurs installés. Enfin, le ratio est *moyen* quand il se situe entre *élevé* et *faible*.

Il faut noter que les coûts des équipements ne dépendent pas des nœuds sur lesquels ils sont installés. Les tableaux 7.1, 7.2 et 7.3 illustrent les structures de coûts pour une économie d'échelle moyenne et une obsolescence de type 1-2-3, pour les trois types de ratio.

Capacité des câbles	Périodes			
	1	2	3	4
1	11	10	8	6
4	27	25	20	15
16	68	62	50	37
64	171	156	125	93

Facteurs de compression des concent.	Périodes			
	1	2	3	4
0,6	150	135	108	76
0,4	187	168	135	95
0,2	280	252	202	142

TAB. 7.1 – Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio faible

Capacité des câbles	Périodes			
	1	2	3	4
1	11	10	8	6
4	27	25	20	15
16	68	62	50	37
64	171	156	125	93

Facteurs de compression des concent.	Périodes			
	1	2	3	4
0,6	200	180	144	101
0,4	250	225	180	126
0,2	375	337	270	189

TAB. 7.2 – Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio moyen

Capacité des câbles	Périodes			
	1	2	3	4
1	11	10	8	6
4	27	25	20	15
16	68	62	50	37
64	171	156	125	93

Facteurs de compression des concent.	Périodes			
	1	2	3	4
0,6	300	270	216	151
0,4	375	337	270	188
0,2	562	505	405	282

TAB. 7.3 – Coûts avec économie d'échelle moyenne, obsolescence = 1-2-3 et ratio élevé

7.1.4 Évolution de la demande

Les demandes en bande passante augmentent au fur et à mesure que l'on progresse vers la fin de l'horizon de planification. Deux schémas d'évolution des demandes ont été pris en compte lors de nos expérimentations :

- Dans le premier modèle (+0,5), la demande augmente à chaque période de la moitié de la demande initiale. Par exemple, si la demande en bande passante à un nœud est de 10 à la première période, alors aux deuxième, troisième et quatrième périodes on aura 15, 20 et 25.
- Dans le deuxième modèle (+ 1), la demande augmente à chaque période de la totalité de la demande initiale. Par exemple, si la demande en bande passante à un nœud est de 10 à la première période, alors aux deuxième, troisième et quatrième périodes on aura 20, 30 et 40.

7.1.5 Nombre total d'instances testées

Les mêmes types de problèmes ont été soumis aux deux algorithmes lors des tests. Avec 3 structures d'arbre, 54 structures de coûts (6 modèles d'obsolescence, 3 modèles d'économie d'échelle, 3 ratios) et 2 modèles d'évolution des demandes, nous avons eu à tester un total de 324 instances. Les tests ont montré que la structure de l'arbre n'influence pas les résultats obtenus par les différentes méthodes et nous n'insisterons pas sur cet aspect dans la suite.

Nous allons maintenant présenter les résultats expérimentaux obtenus avec la descente locale et l'algorithme génétique. Ces résultats seront ensuite comparés entre eux et avec ceux obtenus avec l'algorithme d'Ali Smires [13]. Les résultats présentés dans les tableaux suivants représentent une moyenne sur trois instances différentes (soit une pour chaque structure d'arbre considérée). Dans chaque case d'un tableau, sont présentés :

- P : le pourcentage d'amélioration de la meilleure solution, soit par rapport à la solution de départ, soit par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires [13] ;
- It : l'itération à laquelle la meilleure solution a été obtenue ;
- T* : le temps au bout duquel la meilleure solution a été obtenue.
- T : le temps total d'exécution.

7.2 Résultats expérimentaux obtenus avec la méthode de descente locale

Dans les tableaux 7.4 et 7.5, sont présentés les résultats de la descente locale pour les instances où la demande augmente de moitié par rapport à la demande initiale (+ 0,5) et celles où la demande augmente de la totalité de la demande initiale (+ 1), respectivement.

Le pourcentage d'amélioration de la meilleure solution P est constitué de deux valeurs ($val1/val2$) : la première valeur $val1$ représente l'amélioration par rapport à la solution de départ et la seconde valeur $val2$ est l'amélioration par rapport à la solution obtenue avec l'al-

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	P = 2,3/1,1 It = 27 T* = 1,6 T = 1,7	P = 2,2/1,4 It = 27 T* = 1,7 T = 1,8	P = 2,7/2,4 It = 22 T* = 1,5 T = 2	P = 2,1/1,7 It = 17 T* = 1,1 T = 1,9	P = 1,8/1,8 It = 24 T* = 1,6 T = 1,9	P = 2,2/1,6 It = 19 T* = 1,3 T = 2
		P = 2,6/2,6 It = 13 T* = 0,8 T = 2	P = 3,3/3,3 It = 15 T* = 0,8 T = 1,9	P = 3,4/3,4 It = 13 T* = 0,9 T = 2	P = 2,9/2,9 It = 14 T* = 0,8 T = 1,9	P = 3,4/3,4 It = 15 T* = 1,8 T = 1,9	P = 4,5/4,5 It = 185 T* = 0,9 T = 2
		P = 7,3/5,9 It = 13 T* = 0,9 T = 2,3	P = 6,4/5,2 It = 12 T* = 0,9 T = 2,4	P = 5,8/4,6 It = 11 T* = 0,8 T = 2,4	P = 5,8/4,9 It = 10 T* = 0,8 T = 2,4	P = 5,3/4,3 It = 10 T* = 0,8 T = 2,4	P = 7,9/4 It = 10 T* = 0,6 T = 2,3
	moyenne	P = 4,3/1,5 It = 27 T* = 1,7 T = 1,8	P = 3,7/1,8 It = 28 T* = 1,8 T = 1,9	P = 4,2/2,5 It = 24 T* = 1,6 T = 1,9	P = 3,7/1,8 It = 25 T* = 1,7 T = 1,9	P = 3,4/1,4 It = 23 T* = 1,4 T = 1,9	P = 4,4/2,9 It = 21 T* = 1,2 T = 1,8
		P = 3,7/3,7 It = 17 T* = 1,2 T = 2	P = 3/3 It = 17 T* = 1,1 T = 2	P = 3,9/3,9 It = 18 T* = 1,3 T = 2,1	P = 3,8/3,8 It = 16 T* = 0,9 T = 2	P = 4,5/4,5 It = 14 T* = 0,8 T = 2	P = 4,1/4,1 It = 15 T* = 0,9 T = 2
		P = 6,4/4,4 It = 9 T* = 0,7 T = 2,4	P = 6,9/4,7 It = 9 T* = 0,7 T = 2,4	P = 8,6/4,4 It = 9 T* = 0,7 T = 2,4	P = 8,6/4,5 It = 10 T* = 0,7 T = 2,4	P = 9/3,8 It = 9 T* = 0,6 T = 2,4	P = 8,6/3,5 It = 7 T* = 0,5 T = 2,4
	élevée	P = 5,7/2,2 It = 23 T* = 1,4 T = 1,8	P = 5,6/2 It = 25 T* = 1,5 T = 1,9	P = 6,3/3,2 It = 25 T* = 1,6 T = 1,9	P = 6,3/3,4 It = 25 T* = 1,5 T = 1,8	P = 6,2/3,5 It = 24 T* = 1,4 T = 1,8	P = 8/4,2 It = 20 T* = 1,3 T = 1,9
		P = 8,7/7,6 It = 16 T* = 1 T = 2	P = 8,2/7,2 It = 19 T* = 1,2 T = 2,1	P = 8,6/7,6 It = 21 T* = 1,5 T = 2,1	P = 7,8/7,4 It = 17 T* = 1,1 T = 2,2	P = 7,6/6,7 It = 15 T* = 1 T = 2,1	P = 5,8/5,6 It = 14 T* = 1,1 T = 2,3
		P = 11/4,2 It = 6 T* = 0,5 T = 2,4	P = 9,9/2,2 It = 6 T* = 0,4 T = 2,4	P = 9,3/2,4 It = 5 T* = 0,4 T = 2,4	P = 9,5/2,3 It = 6 T* = 0,4 T = 2,4	P = 9,1/4,7 It = 5 T* = 0,4 T = 2,4	P = 8,3/2,3 It = 5 T* = 0,4 T = 2,4

TAB. 7.4 – Résultats de la descente locale avec la demande = (+ 0,5)

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	P = 1,3/1,3 It = 27 T* = 1,9 T = 2,1	P = 1,7/0,6 It = 23 T* = 1,7 T = 2,2	P = 1,8/0,7 It = 23 T* = 1,6 T = 2,1	P = 1,5/1,3 It = 19 T* = 1,3 T = 2,2	P = 1,4/1,3 It = 19 T* = 1,3 T = 2	P = 1,6/1,6 It = 24 T* = 1,8 T = 2,2
		P = 3,2/3,2 It = 18 T* = 1,5 T = 2,5	P = 2/2 It = 17 T* = 1,4 T = 2,5	P = 2,3/2,4 It = 18 T* = 1,5 T = 2,4	P = 2,4/2,4 It = 15 T* = 1,2 T = 2,4	P = 2,3/2,4 It = 15 T* = 0,9 T = 2,2	P = 3,7/3,7 It = 13 T* = 0,8 T = 2,2
		P = 7,2/6,3 It = 14 T* = 1,2 T = 2,7	P = 7,1/6,6 It = 12 T* = 1,1 T = 2,8	P = 7,7/7 It = 14 T* = 1,2 T = 2,8	P = 7,2/6,5 It = 15 T* = 1,3 T = 2,8	P = 7,5/6,8 It = 14 T* = 1,2 T = 2,8	P = 6,9/4,9 It = 13 T* = 1,1 T = 2,7
		P = 2,6/2 It = 26 T* = 1,8 T = 2	P = 2,4/1,2 It = 25 T* = 1,8 T = 2,1	P = 2,1/1,6 It = 25 T* = 2 T = 2,3	P = 2/1,9 It = 22 T* = 1,7 T = 2,3	P = 1,6/1,6 It = 16 T* = 1,1 T = 2,1	P = 3,6/3,6 It = 24 T* = 1,6 T = 2
	moyenne	P = 1,7/1,7 It = 12 T* = 1 T = 2,5	P = 2/2,1 It = 11 T* = 0,8 T = 2,5	P = 4,3/4,3 It = 16 T* = 1,4 T = 2,6	P = 2,4/2,4 It = 17 T* = 1,3 T = 2,3	P = 2,3/2,3 It = 15 T* = 1,1 T = 2,3	P = 3,2/3,2 It = 12 T* = 0,7 T = 2,2
		P = 8,4/7,7 It = 15 T* = 1,3 T = 2,8	P = 8,6/6,5 It = 13 T* = 1,1 T = 2,8	P = 8,1/6,3 It = 13 T* = 1,1 T = 2,8	P = 8,5/7,1 It = 13 T* = 1,1 T = 2,8	P = 8,7/6,5 It = 13 T* = 1,2 T = 2,9	P = 6,3/3 It = 11 T* = 0,9 T = 2,7
	élevée	P = 3,4/2,2 It = 23 T* = 1,7 T = 2,3	P = 3,7/2 It = 25 T* = 1,8 T = 2,1	P = 3,7/3,2 It = 21 T* = 1,5 T = 2,2	P = 3,9/3,4 It = 25 T* = 1,9 T = 2,2	P = 3,3/3,5 It = 22 T* = 1,6 T = 2,2	P = 5,9/4,2 It = 23 T* = 1,8 T = 2,3
		P = 5,6/7,6 It = 21 T* = 1,8 T = 2,6	P = 5,3/7,2 It = 19 T* = 1,4 T = 2,4	P = 6,6/7,6 It = 18 T* = 1,4 T = 2,4	P = 5,8/7,4 It = 20 T* = 1,5 T = 2,3	P = 4,8/6,7 It = 17 T* = 1,3 T = 2,4	P = 4,2/5,6 It = 15 T* = 1,2 T = 2,5
		P = 8,1/4,5 It = 11 T* = 1 T = 3	P = 9,5/5,4 It = 10 T* = 0,9 T = 3	P = 11/4,4 It = 10 T* = 0,9 T = 2,9	P = 11/4,3 It = 10 T* = 0,9 T = 3	P = 7,8/4,1 It = 10 T* = 0,9 T = 2,9	P = 8,3/4,9 It = 8 T* = 0,7 T = 3

TAB. 7.5 – Résultats de la descente locale avec la demande = (+ 1)

gorithme complet d'Ali Smires.

Globalement, on constate que les résultats obtenus avec la méthode de descente locale sont bien meilleurs que ceux obtenus avec l'algorithme d'Ali Smires, avec un pourcentage d'amélioration qui varie entre 0,6 % et 7,7 % pour une moyenne de 3,7 %. On remarque aussi que de meilleurs résultats sont obtenus pour les problèmes où les économies d'échelle sont élevées avec un ratio faible ou moyen et pour ceux dont les économies d'échelle sont moyennes avec un ratio élevé. On peut en conclure que, plus les économies d'échelles sont élevées, meilleurs sont les résultats de la méthode de descente locale.

7.3 Résultats expérimentaux obtenus avec l'algorithme génétique

Dans les tableaux 7.6 et 7.7 sont présentés les résultats obtenus avec l'algorithme génétique. Ici, T et T^* sont exprimés en minutes et P est le pourcentage d'amélioration de la meilleure solution par rapport à l'algorithme d'Ali Smires. It est le numéro de la génération pour laquelle la meilleure solution a été obtenue. D'autres paramètres ont été pris en compte lors de l'exécution de l'algorithme. Ces paramètres ont été fixés aux valeurs suivantes suite à des tests préliminaires :

- La taille de la population M est de 20.
- Le nombre maximal de générations G a été fixé à 10.
- Le pourcentage de reproduction Pr est de 10 %.
- La sélection par la méthode des rangs a été appliquée.
- Le pourcentage de croisement Pc est de 90 %.

Nous constatons que les résultats obtenus avec l'algorithme génétique sont meilleurs que ceux obtenus avec la méthode de descente locale (avec un pourcentage d'amélioration par rapport à la descente locale variant entre 0% et 2,9% pour une moyenne de 0,7%) et a fortiori meilleurs que ceux fournis avec l'algorithme d'Ali Smires (avec un pourcentage d'améliora-

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	P = 2,2 It = 5 T* = 41 T = 68	P = 2,3 It = 3 T* = 30 T = 68	P = 3,2 It = 6 T* = 48 T = 63	P = 3,2 It = 4 T* = 33 T = 56	P = 4 It = 4 T* = 35 T = 60	P = 2,6 It = 3 T* = 33 T = 60
		P = 3,8 It = 2 T* = 26 T = 60	P = 4,3 It = 2 T* = 25 T = 60	P = 4,1 It = 4 T* = 41 T = 68	P = 3,6 It = 3 T* = 35 T = 61	P = 4,1 It = 4 T* = 43 T = 68	P = 5,6 It = 7 T* = 61 T = 71
		P = 6 It = 3 T* = 35 T = 68	P = 5,3 It = 3 T* = 38 T = 73	P = 4,6 It = 3 T* = 33 T = 75	P = 4,9 It = 2 T* = 31 T = 76	P = 4,3 It = 2 T* = 30 T = 75	P = 4 It = 2 T* = 30 T = 75
	moyenne	P = 3,6 It = 4 T* = 33 T = 60	P = 3,4 It = 3 T* = 28 T = 61	P = 3,7 It = 3 T* = 31 T = 68	P = 3,8 It = 3 T* = 30 T = 55	P = 3,7 It = 5 T* = 35 T = 56	P = 4,8 It = 6 T* = 46 T = 61
		P = 4,4 It = 5 T* = 41 T = 61	P = 3,9 It = 3 T* = 30 T = 58	P = 4,3 It = 5 T* = 48 T = 75	P = 4,5 It = 7 T* = 53 T = 65	P = 4,7 It = 5 T* = 43 T = 66	P = 4,6 It = 6 T* = 61 T = 75
		P = 4,4 It = 2 T* = 30 T = 68	P = 4,7 It = 2 T* = 31 T = 66	P = 4,4 It = 2 T* = 26 T = 73	P = 4,5 It = 1 T* = 21 T = 65	P = 3,8 It = 1 T* = 21 T = 68	P = 3,5 It = 1 T* = 15 T = 76
	élevée	P = 4,5 It = 4 T* = 28 T = 56	P = 4,5 It = 2 T* = 23 T = 56	P = 5,7 It = 5 T* = 35 T = 55	P = 5,7 It = 5 T* = 30 T = 48	P = 6,1 It = 4 T* = 30 T = 50	P = 5,7 It = 4 T* = 33 T = 65
		P = 8 It = 8 T* = 50 T = 56	P = 7,6 It = 6 T* = 45 T = 58	P = 7,9 It = 6 T* = 46 T = 63	P = 7,6 It = 7 T* = 53 T = 60	P = 7,1 It = 4 T* = 35 T = 60	P = 5,6 It = 1 T* = 21 T = 68
		P = 4,2 It = 1 T* = 14 T = 51	P = 2,2 It = 1 T* = 14 T = 45	P = 2,4 It = 1 T* = 15 T = 86	P = 2,3 It = 1 T* = 15 T = 76	P = 4,7 It = 1 T* = 16 T = 85	P = 2,3 It = 1 T* = 16 T = 85

TAB. 7.6 – Résultats de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 0,5)

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	P = 2,2 It = 3 T* = 30 T = 56	P = 2,3 It = 5 T* = 45 T = 68	P = 2,1 It = 4 T* = 45 T = 66	P = 3 It = 3 T* = 31 T = 61	P = 3 It = 2 T* = 33 T = 63	P = 2,1 It = 6 T* = 58 T = 78
		P = 3,7 It = 8 T* = 68 T = 73	P = 2,5 It = 3 T* = 36 T = 71	P = 3,1 It = 5 T* = 56 T = 81	P = 3 It = 5 T* = 56 T = 80	P = 2,9 It = 7 T* = 65 T = 76	P = 4 It = 3 T* = 41 T = 86
		P = 6,8 It = 6 T* = 63 T = 85	P = 6,8 It = 6 T* = 63 T = 83	P = 7,3 It = 4 T* = 56 T = 95	P = 6,7 It = 3 T* = 55 T = 96	P = 6,9 It = 4 T* = 55 T = 91	P = 4,9 It = 2 T* = 41 T = 106
	moyenne	P = 3,6 It = 3 T* = 36 T = 66	P = 3,1 It = 3 T* = 36 T = 71	P = 3,1 It = 3 T* = 41 T = 75	P = 3,9 It = 3 T* = 35 T = 65	P = 3,9 It = 3 T* = 36 T = 70	P = 4,5 It = 3 T* = 36 T = 80
		P = 2,4 It = 6 T* = 53 T = 70	P = 3,3 It = 4 T* = 41 T = 76	P = 5,3 It = 4 T* = 51 T = 83	P = 3,1 It = 4 T* = 51 T = 85	P = 2,9 It = 7 T* = 66 T = 80	P = 3,5 It = 7 T* = 73 T = 86
		P = 7,7 It = 3 T* = 40 T = 85	P = 6,5 It = 3 T* = 43 T = 90	P = 6,4 It = 3 T* = 50 T = 96	P = 7,1 It = 2 T* = 38 T = 91	P = 6,5 It = 3 T* = 45 T = 95	P = 3 It = 2 T* = 33 T = 106
	élevée	P = 3,9 It = 4 T* = 45 T = 68	P = 3,6 It = 6 T* = 58 T = 76	P = 3,7 It = 3 T* = 43 T = 81	P = 4,8 It = 5 T* = 45 T = 66	P = 5,6 It = 4 T* = 40 T = 66	P = 5,8 It = 3 T* = 41 T = 78
		P = 6,2 It = 2 T* = 35 T = 73	P = 5,2 It = 5 T* = 56 T = 80	P = 6,2 It = 2 T* = 38 T = 83	P = 6 It = 3 T* = 36 T = 75	P = 5,9 It = 5 T* = 50 T = 78	P = 4,4 It = 6 T* = 68 T = 90
		P = 4,5 It = 2 T* = 35 T = 81	P = 5,4 It = 2 T* = 31 T = 76	P = 4,4 It = 2 T* = 36 T = 86	P = 4,5 It = 3 T* = 36 T = 80	P = 4,2 It = 2 T* = 33 T = 81	P = 5,5 It = 1 T* = 25 T = 125

TAB. 7.7 – Résultats de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 1)

tion variant entre 2,1% et 8% pour une moyenne de 4,3%).

Aussi, de meilleurs pourcentages d'amélioration sont obtenus lorsque les économies d'échelle sont élevées avec ratio faible ou moyen et quand les économies d'échelle sont moyennes avec un ratio élevé.

Les temps d'exécution sont assez importants. Ils se situent entre 45 minutes et 125 minutes, et il faut au moins 15 minutes avant d'identifier la meilleure solution. Ceci s'explique par le fait que la méthode de descente locale est appliquée à tous les individus. Donc, la taille de la population, le nombre total de générations et la durée d'exécution de la méthode de descente, qui s'exécute tant que le minimum local n'a pas été atteint, font en sorte que le temps d'exécution sur une instance peut être assez considérable.

En fait, la plus grande partie de l'amélioration est observée dès la première génération qui correspond, en fait, à une descente "multi-start" où les solutions de départ sont fournies par la population initiale.

7.4 Résultats récapitulatifs

Dans les tableaux 7.8 et 7.9, les résultats sont présentés de la manière suivante :

- *Pr* est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec la méthode de descente locale, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.
- *Pm* est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start (première génération de l'algorithme génétique), par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.
- *Pg* est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec l'algorithme génétique complet, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.

Dans les deux tableaux, on constate que les résultats obtenus avec l'algorithme génétique n'améliorent que très peu ceux obtenus à la première génération (ce qui correspond au multi-start). En effet, la valeur maximale du pourcentage d'amélioration de l'algorithme génétique par rapport au multi-start est de 0,8 %. Donc toute la "machinerie" de l'algorithme génétique

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	Pr = 1,1 Pm = 2,2 Pg = 2,2	Pr = 1,4 Pm = 2,2 Pg = 2,3	Pr = 2,4 Pm = 3,1 Pg = 3,2	Pr = 1,7 Pm = 3,2 Pg = 3,2	Pr = 1,8 Pm = 3,9 Pg = 4	Pr = 1,5 Pm = 2,5 Pg = 2,6
		Pr = 2,7 Pm = 3,8 Pg = 3,8	Pr = 3,4 Pm = 4,3 Pg = 4,3	Pr = 3,5 Pm = 4,1 Pg = 4,1	Pr = 2,9 Pm = 3,4 Pg = 3,6	Pr = 3,6 Pm = 3,6 Pg = 4,1	Pr = 4,8 Pm = 5 Pg = 5,6
		Pr = 5,9 Pm = 5,9 Pg = 6	Pr = 5,2 Pm = 5,3 Pg = 5,2	Pr = 4,6 Pm = 4,6 Pg = 4,6	Pr = 4,9 Pm = 4,9 Pg = 4,9	Pr = 4,3 Pm = 4,3 Pg = 4,3	Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4
	moyenne	Pr = 1,5 Pm = 3,6 Pg = 3,6	Pr = 1,8 Pm = 3,4 Pg = 3,4	Pr = 2,5 Pm = 3,7 Pg = 3,7	Pr = 3,7 Pm = 3,7 Pg = 3,8	Pr = 3,7 Pm = 3,7 Pg = 3,7	Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,8
		Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4,4	Pr = 3,2 Pm = 3,8 Pg = 3,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,3	Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4,5	Pr = 4,6 Pm = 4,6 Pg = 4,7	Pr = 4,1 Pm = 4,1 Pg = 4,6
		Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,7 Pm = 4,7 Pg = 4,7	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 3,8 Pm = 3,8 Pg = 3,8	Pr = 3,5 Pm = 3,5 Pg = 3,5
moyen	faible	Pr = 2,2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 3,2 Pm = 5,7 Pg = 5,7	Pr = 3,4 Pm = 5,6 Pg = 5,7	Pr = 3,5 Pm = 6 Pg = 6,1	Pr = 4,2 Pm = 5,5 Pg = 5,7
		Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 8	Pr = 7,2 Pm = 7,2 Pg = 7,6	Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 7,9	Pr = 7,4 Pm = 7,4 Pg = 7,6	Pr = 6,7 Pm = 7 Pg = 7,1	Pr = 5,6 Pm = 5,6 Pg = 5,6
		Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 2,2 Pm = 2,2 Pg = 2,2	Pr = 2,4 Pm = 2,4 Pg = 2,4	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3	Pr = 4,7 Pm = 4,7 Pg = 4,7	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3
	moyenne	Pr = 2,2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 3,2 Pm = 5,7 Pg = 5,7	Pr = 3,4 Pm = 5,6 Pg = 5,7	Pr = 3,5 Pm = 6 Pg = 6,1	Pr = 4,2 Pm = 5,5 Pg = 5,7
		Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 8	Pr = 7,2 Pm = 7,2 Pg = 7,6	Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 7,9	Pr = 7,4 Pm = 7,4 Pg = 7,6	Pr = 6,7 Pm = 7 Pg = 7,1	Pr = 5,6 Pm = 5,6 Pg = 5,6
		Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 2,2 Pm = 2,2 Pg = 2,2	Pr = 2,4 Pm = 2,4 Pg = 2,4	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3	Pr = 4,7 Pm = 4,7 Pg = 4,7	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3
élevé	faible	Pr = 1,5 Pm = 3,6 Pg = 3,6	Pr = 1,8 Pm = 3,4 Pg = 3,4	Pr = 2,5 Pm = 3,7 Pg = 3,7	Pr = 3,7 Pm = 3,7 Pg = 3,8	Pr = 3,7 Pm = 3,7 Pg = 3,7	Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,8
		Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4,4	Pr = 3,2 Pm = 3,8 Pg = 3,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,3	Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4,5	Pr = 4,6 Pm = 4,6 Pg = 4,7	Pr = 4,1 Pm = 4,1 Pg = 4,6
		Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,7 Pm = 4,7 Pg = 4,7	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 3,8 Pm = 3,8 Pg = 3,8	Pr = 3,5 Pm = 3,5 Pg = 3,5
	moyenne	Pr = 2,2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 2 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 3,2 Pm = 5,7 Pg = 5,7	Pr = 3,4 Pm = 5,6 Pg = 5,7	Pr = 3,5 Pm = 6 Pg = 6,1	Pr = 4,2 Pm = 5,5 Pg = 5,7
		Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 8	Pr = 7,2 Pm = 7,2 Pg = 7,6	Pr = 7,6 Pm = 7,6 Pg = 7,9	Pr = 7,4 Pm = 7,4 Pg = 7,6	Pr = 6,7 Pm = 7 Pg = 7,1	Pr = 5,6 Pm = 5,6 Pg = 5,6
		Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 2,2 Pm = 2,2 Pg = 2,2	Pr = 2,4 Pm = 2,4 Pg = 2,4	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3	Pr = 4,7 Pm = 4,7 Pg = 4,7	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,3

TAB. 7.8 – Tableau comparatif de la descente locale, du multi-start et de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 0,5)

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	Pr = 1,3 Pm = 2,1 Pg = 2,2	Pr = 0,6 Pm = 2,1 Pg = 2,3	Pr = 0,7 Pm = 2 Pg = 2,1	Pr = 1,3 Pm = 2,9 Pg = 3	Pr = 1,3 Pm = 3 Pg = 3	Pr = 1,6 Pm = 1,8 Pg = 2,1
		Pr = 3,3 Pm = 3,5 Pg = 3,7	Pr = 2,1 Pm = 2,4 Pg = 2,5	Pr = 2,4 Pm = 2,8 Pg = 3,1	Pr = 2,6 Pm = 2,8 Pg = 3	Pr = 2,5 Pm = 2,5 Pg = 2,9	Pr = 4 Pm = 4 Pg = 4
		Pr = 6,3 Pm = 6,4 Pg = 6,8	Pr = 6,6 Pm = 6,6 Pg = 6,8	Pr = 7 Pm = 7 Pg = 7,3	Pr = 6,5 Pm = 6,5 Pg = 6,7	Pr = 6,8 Pm = 6,8 Pg = 6,9	Pr = 4,9 Pm = 4,9 Pg = 4,9
	moyenne	Pr = 2 Pm = 3,6 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3 Pg = 3,1	Pr = 1,6 Pm = 3 Pg = 3,1	Pr = 1,9 Pm = 3,9 Pg = 3,9	Pr = 1,7 Pm = 3,9 Pg = 3,9	Pr = 3,6 Pm = 4,4 Pg = 4,5
		Pr = 1,7 Pm = 2,2 Pg = 2,4	Pr = 2,1 Pm = 3 Pg = 3,3	Pr = 4,5 Pm = 5,1 Pg = 5,3	Pr = 2,5 Pm = 2,8 Pg = 3,1	Pr = 2,3 Pm = 2,3 Pg = 2,9	Pr = 3,3 Pm = 3,3 Pg = 3,5
		Pr = 7,7 Pm = 7,7 Pg = 7,7	Pr = 6,5 Pm = 6,5 Pg = 6,5	Pr = 6,3 Pm = 6,3 Pg = 6,4	Pr = 7,1 Pm = 7,1 Pg = 7,1	Pr = 6,5 Pm = 6,5 Pg = 6,5	Pr = 3 Pm = 3 Pg = 3
moyen	faible	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5
	moyenne	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5
	élevée	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5
élevé	faible	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5
	moyenne	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5
	élevée	Pr = 1,6 Pm = 3,7 Pg = 3,9	Pr = 1 Pm = 3,5 Pg = 3,6	Pr = 1,2 Pm = 3,6 Pg = 3,7	Pr = 1,9 Pm = 4,7 Pg = 4,8	Pr = 3 Pm = 5,5 Pg = 5,6	Pr = 4,5 Pm = 5,7 Pg = 5,8
		Pr = 5 Pm = 5,8 Pg = 6,2	Pr = 4,2 Pm = 4,4 Pg = 5,2	Pr = 5,5 Pm = 5,7 Pg = 6,2	Pr = 5,2 Pm = 6 Pg = 6	Pr = 5 Pm = 5,7 Pg = 5,9	Pr = 4,2 Pm = 4,2 Pg = 4,4
		Pr = 4,5 Pm = 4,5 Pg = 4,5	Pr = 5,4 Pm = 5,4 Pg = 5,4	Pr = 4,4 Pm = 4,4 Pg = 4,4	Pr = 4,3 Pm = 4,4 Pg = 4,5	Pr = 4,1 Pm = 4,2 Pg = 4,2	Pr = 4,9 Pm = 5,5 Pg = 5,5

TAB. 7.9 – Tableau comparatif de la descente locale, du multi-start et de l'algorithme génétique avec la demande = (+ 1)

(sélection, croisement,...) s'avère de peu d'utilité, compte tenu des temps de calcul importants qui en découlent. En effet, le temps d'exécution moyen de l'algorithme génétique est de 70 minutes, alors que le temps moyen d'exécution du multi-start est de 1 minute et celui de la descente locale de 2,5 secondes. Rappelons par ailleurs que le temps moyen d'exécution de l'algorithme d'Ali Smires est de 5,5 secondes.

7.5 Résultats du multi-start en fonction du nombre de répétitions

Les tableaux 7.10 et 7.11 présentent les résultats du multi-start en faisant varier le nombre de répétitions M . Dans ces deux tableaux, les cinq variables suivantes sont utilisées :

- $Pm1$ est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start avec $M = 1$, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires. Il s'agit en fait du pourcentage d'amélioration de la descente locale par rapport à l'algorithme d'Ali Smires.
- $Pm5$ est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start avec $M = 5$, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.
- $Pm10$ est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start avec $M = 10$, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.
- $Pm15$ est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start avec $M = 15$, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.
- $Pm20$ est le pourcentage d'amélioration de la solution obtenue avec le multi-start avec $M = 20$, par rapport à la solution obtenue avec l'algorithme d'Ali Smires.

Nous avons établi ces deux tableaux comparatifs afin de mettre en évidence l'évolution de la qualité des solutions obtenues avec le multi-start en faisant varier M . On peut remarquer que pour $M = 5$, il y a une amélioration moyenne de 0,3% sur les résultats de la descente

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	Pm1 = 1,1	Pm1 = 1,4	Pm1 = 2,4	Pm1 = 1,7	Pm1 = 1,8	Pm1 = 1,5
		Pm5 = 1,5	Pm5 = 1,7	Pm5 = 2,6	Pm5 = 2	Pm5 = 2,6	Pm5 = 2,1
		Pm10 = 2,2	Pm10 = 2,2	Pm10 = 3,1	Pm10 = 3,2	Pm10 = 3,9	Pm10 = 2,5
		Pm15 = 2,2	Pm15 = 2,2	Pm15 = 3,1	Pm15 = 3,2	Pm15 = 3,9	Pm15 = 2,5
		Pm20 = 2,2	Pm20 = 2,2	Pm20 = 3,1	Pm20 = 3,2	Pm20 = 3,9	Pm20 = 2,5
	moyenne	Pm1 = 2,7	Pm1 = 3,4	Pm1 = 3,5	Pm1 = 2,9	Pm1 = 3,6	Pm1 = 4,8
		Pm5 = 2,7	Pm5 = 3,4	Pm5 = 3,5	Pm5 = 2,9	Pm5 = 3,6	Pm5 = 5
		Pm10 = 2,7	Pm10 = 3,4	Pm10 = 3,5	Pm10 = 2,9	Pm10 = 3,6	Pm10 = 5
		Pm15 = 2,7	Pm15 = 3,4	Pm15 = 3,5	Pm15 = 2,9	Pm15 = 3,6	Pm15 = 5
		Pm20 = 3,8	Pm20 = 4,3	Pm20 = 4,1	Pm20 = 3,4	Pm20 = 3,6	Pm20 = 5
	élevée	Pm1 = 5,9	Pm1 = 5,2	Pm1 = 4,6	Pm1 = 4,9	Pm1 = 4,3	Pm1 = 4
		Pm5 = 5,9	Pm5 = 5,2	Pm5 = 4,6	Pm5 = 4,9	Pm5 = 4,3	Pm5 = 4
		Pm10 = 5,9	Pm10 = 5,2	Pm10 = 4,6	Pm10 = 4,9	Pm10 = 4,3	Pm10 = 4
		Pm15 = 5,9	Pm15 = 5,2	Pm15 = 4,6	Pm15 = 4,9	Pm15 = 4,3	Pm15 = 4
		Pm20 = 5,9	Pm20 = 5,3	Pm20 = 4,6	Pm20 = 4,9	Pm20 = 4,3	Pm20 = 4
moyen	faible	Pm1 = 1,5	Pm1 = 1,8	Pm1 = 2,5	Pm1 = 3,1	Pm1 = 3,3	Pm1 = 4,2
		Pm5 = 3,1	Pm5 = 2,8	Pm5 = 3,1	Pm5 = 3,7	Pm5 = 3,7	Pm5 = 4,5
		Pm10 = 3,6	Pm10 = 3,4	Pm10 = 3,7	Pm10 = 3,7	Pm10 = 3,7	Pm10 = 4,6
		Pm15 = 3,6	Pm15 = 3,4	Pm15 = 3,7	Pm15 = 3,7	Pm15 = 3,7	Pm15 = 4,6
		Pm20 = 3,6	Pm20 = 3,4	Pm20 = 3,7	Pm20 = 3,7	Pm20 = 3,7	Pm20 = 4,5
	moyenne	Pm1 = 4	Pm1 = 3,2	Pm1 = 4,2	Pm1 = 4	Pm1 = 4,6	Pm1 = 4,1
		Pm5 = 4	Pm5 = 3,4	Pm5 = 4,2	Pm5 = 4	Pm5 = 4,6	Pm5 = 4,1
		Pm10 = 4	Pm10 = 3,4	Pm10 = 4,2	Pm10 = 4	Pm10 = 4,6	Pm10 = 4,1
		Pm15 = 4	Pm15 = 3,4	Pm15 = 4,2	Pm15 = 4	Pm15 = 4,6	Pm15 = 4,1
		Pm20 = 4	Pm20 = 3,8	Pm20 = 4,2	Pm20 = 4	Pm20 = 4,6	Pm20 = 4,1
	élevée	Pm1 = 4,4	Pm1 = 4,7	Pm1 = 4,4	Pm1 = 4,5	Pm1 = 3,8	Pm1 = 3,5
		Pm5 = 4,4	Pm5 = 4,7	Pm5 = 4,4	Pm5 = 4,5	Pm5 = 3,8	Pm5 = 3,5
		Pm10 = 4,4	Pm10 = 4,7	Pm10 = 4,4	Pm10 = 4,5	Pm10 = 3,8	Pm10 = 3,5
		Pm15 = 4,4	Pm15 = 4,7	Pm15 = 4,4	Pm15 = 4,5	Pm15 = 3,8	Pm15 = 3,5
		Pm20 = 4,4	Pm20 = 4,7	Pm20 = 4,4	Pm20 = 4,5	Pm20 = 3,8	Pm20 = 3,5
élevé	faible	Pm1 = 2,2	Pm1 = 2	Pm1 = 3,2	Pm1 = 3,4	Pm1 = 3,5	Pm1 = 4,2
		Pm5 = 4,1	Pm5 = 4,1	Pm5 = 5,1	Pm5 = 5,3	Pm5 = 5,2	Pm5 = 5,5
		Pm10 = 4,4	Pm10 = 4,4	Pm10 = 5,7	Pm10 = 5,6	Pm10 = 6	Pm10 = 5,5
		Pm15 = 4,4	Pm15 = 4,4	Pm15 = 5,7	Pm15 = 5,6	Pm15 = 6	Pm15 = 5,5
		Pm20 = 4,4	Pm20 = 4,4	Pm20 = 5,7	Pm20 = 5,6	Pm20 = 6	Pm20 = 5,5
	moyenne	Pm1 = 7,6	Pm1 = 7,2	Pm1 = 7,6	Pm1 = 7,4	Pm1 = 6,7	Pm1 = 5,6
		Pm5 = 7,6	Pm5 = 7,2	Pm5 = 7,6	Pm5 = 7,4	Pm5 = 6,7	Pm5 = 5,6
		Pm10 = 7,6	Pm10 = 7,2	Pm10 = 7,6	Pm10 = 7,4	Pm10 = 7	Pm10 = 5,6
		Pm15 = 7,6	Pm15 = 7,2	Pm15 = 7,6	Pm15 = 7,4	Pm15 = 7	Pm15 = 5,6
		Pm20 = 7,6	Pm20 = 7,2	Pm20 = 7,6	Pm20 = 7,4	Pm20 = 7	Pm20 = 5,6
	élevée	Pm1 = 4,2	Pm1 = 2,2	Pm1 = 2,4	Pm1 = 2,3	Pm1 = 4,7	Pm1 = 2,3
		Pm5 = 4,2	Pm5 = 2,2	Pm5 = 2,4	Pm5 = 2,3	Pm5 = 4,7	Pm5 = 2,3
		Pm10 = 4,2	Pm10 = 2,2	Pm10 = 2,4	Pm10 = 2,3	Pm10 = 4,7	Pm10 = 2,3
		Pm15 = 4,2	Pm15 = 2,2	Pm15 = 2,4	Pm15 = 2,3	Pm15 = 4,7	Pm15 = 2,3
		Pm20 = 4,2	Pm20 = 2,2	Pm20 = 2,4	Pm20 = 2,3	Pm20 = 4,7	Pm20 = 2,3

TAB. 7.10 – Multi-start avec M = 1, M = 5, M = 10, M = 15, M = 20 et demande = (+ 0,5)

Ratios	Économie d'échelles	Modèles d'obsolescence					
		1-1-1	1-2-3	1-2-6	2-2-2	3-2-1	6-2-1
faible	faible	Pm1 = 1,3	Pm1 = 0,6	Pm1 = 0,7	Pm1 = 1,3	Pm1 = 1,3	Pm1 = 1,6
		Pm5 = 1,3	Pm5 = 0,9	Pm5 = 1,2	Pm5 = 1,9	Pm5 = 2,3	Pm5 = 1,6
		Pm10 = 1,9	Pm10 = 1,9	Pm10 = 1,9	Pm10 = 2,8	Pm10 = 3	Pm10 = 1,8
		Pm15 = 1,9	Pm15 = 1,9	Pm15 = 1,9	Pm15 = 2,8	Pm15 = 3	Pm15 = 1,8
		Pm20 = 2,1	Pm20 = 2,1	Pm20 = 2	Pm20 = 2,9	Pm20 = 3	Pm20 = 1,8
	moyenne	Pm1 = 3,3	Pm1 = 2,1	Pm1 = 2,4	Pm1 = 2,6	Pm1 = 2,5	Pm1 = 4
		Pm5 = 3,4	Pm5 = 2,1	Pm5 = 2,5	Pm5 = 2,6	Pm5 = 2,5	Pm5 = 4
		Pm10 = 3,4	Pm10 = 2,1	Pm10 = 2,5	Pm10 = 2,6	Pm10 = 2,5	Pm10 = 4
		Pm15 = 3,4	Pm15 = 2,1	Pm15 = 2,5	Pm15 = 2,6	Pm15 = 2,5	Pm15 = 4
	élevée	Pm20 = 3,5	Pm20 = 2,4	Pm20 = 2,8	Pm20 = 2,8	Pm20 = 2,5	Pm20 = 4
		Pm1 = 6,3	Pm1 = 6,6	Pm1 = 7	Pm1 = 6,5	Pm1 = 6,8	Pm1 = 4,9
		Pm5 = 6,3	Pm5 = 6,6	Pm5 = 7	Pm5 = 6,5	Pm5 = 6,8	Pm5 = 4,9
		Pm10 = 6,3	Pm10 = 6,6	Pm10 = 7	Pm10 = 6,5	Pm10 = 6,8	Pm10 = 4,9
		Pm15 = 6,3	Pm15 = 6,6	Pm15 = 7	Pm15 = 6,5	Pm15 = 6,8	Pm15 = 4,9
		Pm20 = 6,4	Pm20 = 6,6	Pm20 = 7	Pm20 = 6,5	Pm20 = 6,8	Pm20 = 4,9
moyen	faible	Pm1 = 2	Pm1 = 1,2	Pm1 = 1,6	Pm1 = 1,9	Pm1 = 1,7	Pm1 = 3,6
		Pm5 = 2,8	Pm5 = 2,1	Pm5 = 2	Pm5 = 3,1	Pm5 = 3,1	Pm5 = 3,6
		Pm10 = 3,6	Pm10 = 3	Pm10 = 3	Pm10 = 3,9	Pm10 = 3,9	Pm10 = 4,4
		Pm15 = 3,6	Pm15 = 3	Pm15 = 3	Pm15 = 3,9	Pm15 = 3,9	Pm15 = 4,4
		Pm20 = 3,6	Pm20 = 3	Pm20 = 3	Pm20 = 3,9	Pm20 = 3,9	Pm20 = 4,4
	moyenne	Pm1 = 1,7	Pm1 = 2,1	Pm1 = 4,5	Pm1 = 2,5	Pm1 = 2,3	Pm1 = 3,3
		Pm5 = 1,7	Pm5 = 2,1	Pm5 = 4,5	Pm5 = 2,5	Pm5 = 2,3	Pm5 = 3,3
		Pm10 = 1,7	Pm10 = 2,1	Pm10 = 4,5	Pm10 = 2,5	Pm10 = 2,3	Pm10 = 3,3
		Pm15 = 1,8	Pm15 = 2,6	Pm15 = 4,5	Pm15 = 2,5	Pm15 = 2,3	Pm15 = 3,3
	élevée	Pm20 = 2,2	Pm20 = 3	Pm20 = 5,1	Pm20 = 2,8	Pm20 = 2,3	Pm20 = 3,3
		Pm1 = 7,7	Pm1 = 6,5	Pm1 = 6,3	Pm1 = 7,1	Pm1 = 6,5	Pm1 = 3
		Pm5 = 7,7	Pm5 = 6,5	Pm5 = 6,3	Pm5 = 7,1	Pm5 = 6,5	Pm5 = 3
		Pm10 = 7,7	Pm10 = 6,5	Pm10 = 6,3	Pm10 = 7,1	Pm10 = 6,5	Pm10 = 3
		Pm15 = 7,7	Pm15 = 6,5	Pm15 = 6,3	Pm15 = 7,1	Pm15 = 6,5	Pm15 = 3
		Pm20 = 7,7	Pm20 = 6,5	Pm20 = 6,3	Pm20 = 7,1	Pm20 = 6,5	Pm20 = 3
élevé	faible	Pm1 = 1,6	Pm1 = 1	Pm1 = 1,2	Pm1 = 1,9	Pm1 = 3	Pm1 = 4,5
		Pm5 = 3,5	Pm5 = 2,9	Pm5 = 3	Pm5 = 4,5	Pm5 = 5,1	Pm5 = 5,1
		Pm10 = 3,7	Pm10 = 3,5	Pm10 = 3,6	Pm10 = 4,8	Pm10 = 5,5	Pm10 = 5,7
		Pm15 = 3,7	Pm15 = 3,5	Pm15 = 3,6	Pm15 = 4,8	Pm15 = 5,5	Pm15 = 5,7
		Pm20 = 3,7	Pm20 = 3,5	Pm20 = 3,6	Pm20 = 4,7	Pm20 = 5,5	Pm20 = 5,7
	moyenne	Pm1 = 5	Pm1 = 4,2	Pm1 = 5,5	Pm1 = 5,2	Pm1 = 5	Pm1 = 4,2
		Pm5 = 5	Pm5 = 4,2	Pm5 = 5,6	Pm5 = 5,2	Pm5 = 5,1	Pm5 = 4,2
		Pm10 = 5,5	Pm10 = 4,5	Pm10 = 5,7	Pm10 = 6	Pm10 = 5,7	Pm10 = 4,2
		Pm15 = 5,5	Pm15 = 4,5	Pm15 = 5,7	Pm15 = 6	Pm15 = 5,7	Pm15 = 4,2
	élevée	Pm20 = 5,8	Pm20 = 4,4	Pm20 = 5,7	Pm20 = 6	Pm20 = 5,7	Pm20 = 4,2
		Pm1 = 4,5	Pm1 = 5,4	Pm1 = 4,4	Pm1 = 4,3	Pm1 = 4,1	Pm1 = 4,9
		Pm5 = 4,5	Pm5 = 5,4	Pm5 = 4,4	Pm5 = 4,3	Pm5 = 4,1	Pm5 = 5,5
		Pm10 = 4,5	Pm10 = 5,4	Pm10 = 4,4	Pm10 = 4,3	Pm10 = 4,1	Pm10 = 5,5
		Pm15 = 4,5	Pm15 = 5,4	Pm15 = 4,4	Pm15 = 4,3	Pm15 = 4,1	Pm15 = 5,5
		Pm20 = 4,5	Pm20 = 5,4	Pm20 = 4,4	Pm20 = 4,4	Pm20 = 4,2	Pm20 = 5,5

TAB. 7.11 – Multi-start avec M = 1, M = 5, M = 10, M = 15, M = 20 et demande = (+ 1)

locale ($Pm1$) pour un temps d'exécution 5 fois plus grand, soit environ 15 secondes. Aussi, lorsqu'on passe à $M = 20$, on observe une amélioration moyenne de 0,7% sur les résultats de la descente locale ($Pm1$) pour un temps d'exécution 20 fois plus grand, soit environ 1 minute.

Afin de mieux visualiser le degré d'évolution du pourcentage d'amélioration obtenu avec le multi-start, nous présentons dans la suite des vues graphiques des résultats contenus dans les tableaux précédents 7.10 et 7.11. Ainsi, pour chaque type de demande (soit (+ 0,5) et (+ 1), respectivement), nous avons créé quatre graphiques. Les trois premiers graphiques présentent l'évolution du pourcentage d'amélioration du multi-start par rapport à l'algorithme d'Ali Smires, en fonction du nombre de répétitions M , pour les trois différents types de ratio entre les coûts des câbles et ceux des concentrateurs. Ensuite, le quatrième graphique est une moyenne des trois premiers.

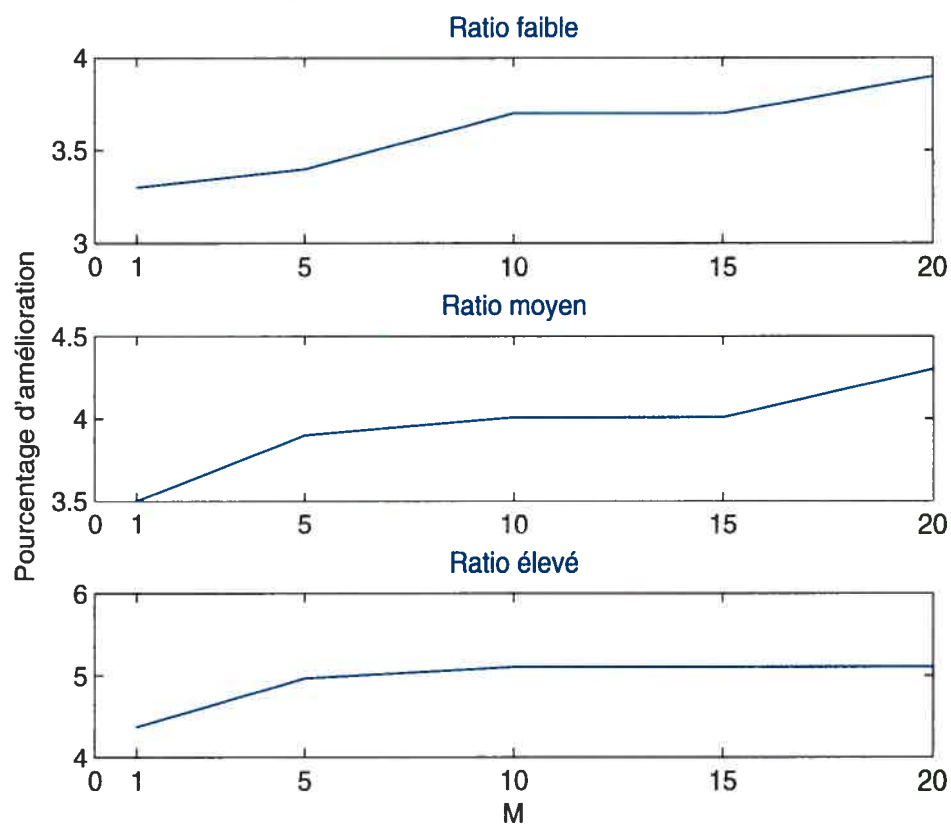


FIG. 7.1 – Multi-start avec demande = (+0,5), selon le ratio

A la lumière des courbes de la figure 7.1, on voit que plus le ratio est élevé, plus grand est le pourcentage d'amélioration. En effet, lorsque le ratio est élevé, le pourcentage d'amélioration oscille en moyenne entre 4% et 5% ; lorsque le ratio est moyen, le pourcentage d'amélioration varie entre 3,5% et 4,5% ; enfin, quand le ratio est faible on obtient une amélioration moyenne entre 3% et 4%.

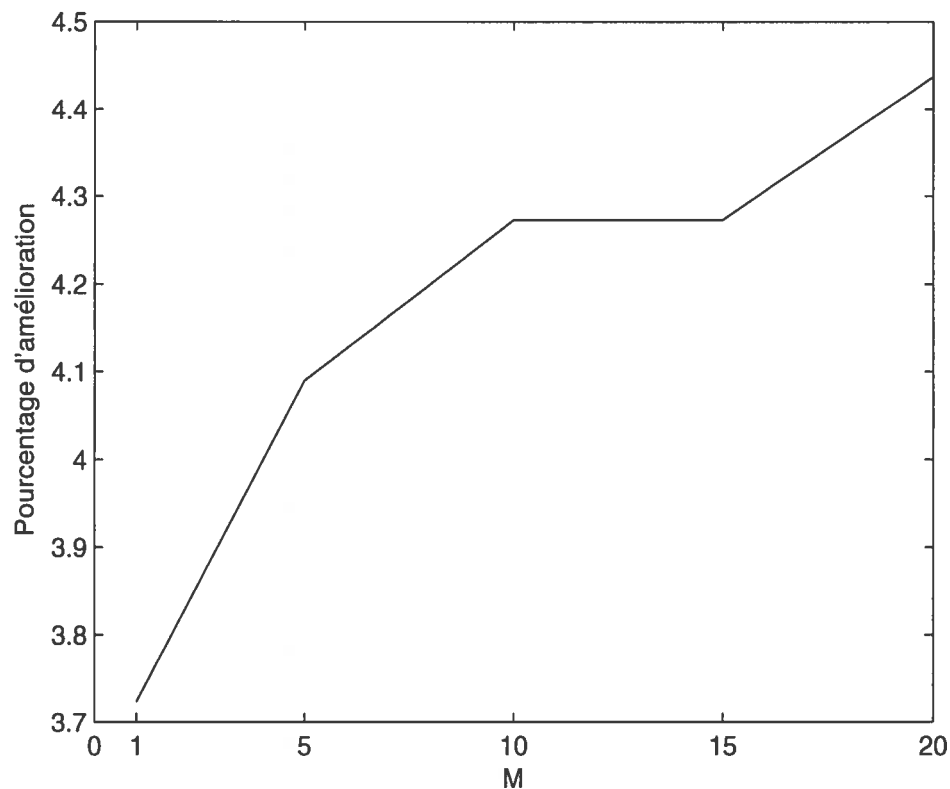


FIG. 7.2 – Multi-start avec demande = (+0,5)

La figure 7.2 est une représentation graphique de la valeur moyenne (sur tous les modèles d'obsolescence, tous les modèles d'économies d'échelle et tous les types de ratio) du pourcentage d'amélioration obtenu avec le multi-start avec la demande (+ 0,5) par rapport à l'algorithme d'Ali Smires. Dans ce graphique, le pourcentage d'amélioration augmente considérablement lorsque M varie entre 1 et 10, puis il devient constant entre 10 et 15 pour augmenter légèrement à nouveau entre 15 et 20.

En ce qui a trait aux temps d'exécution, nous remarquons que la descente locale $Pm1$ prend environ 3 secondes pour donner un pourcentage d'amélioration de 3,71% en moyenne, alors que $Pm20$ ne donne que 0,80% d'amélioration de plus pour un temps d'exécution 20 fois

plus grand.

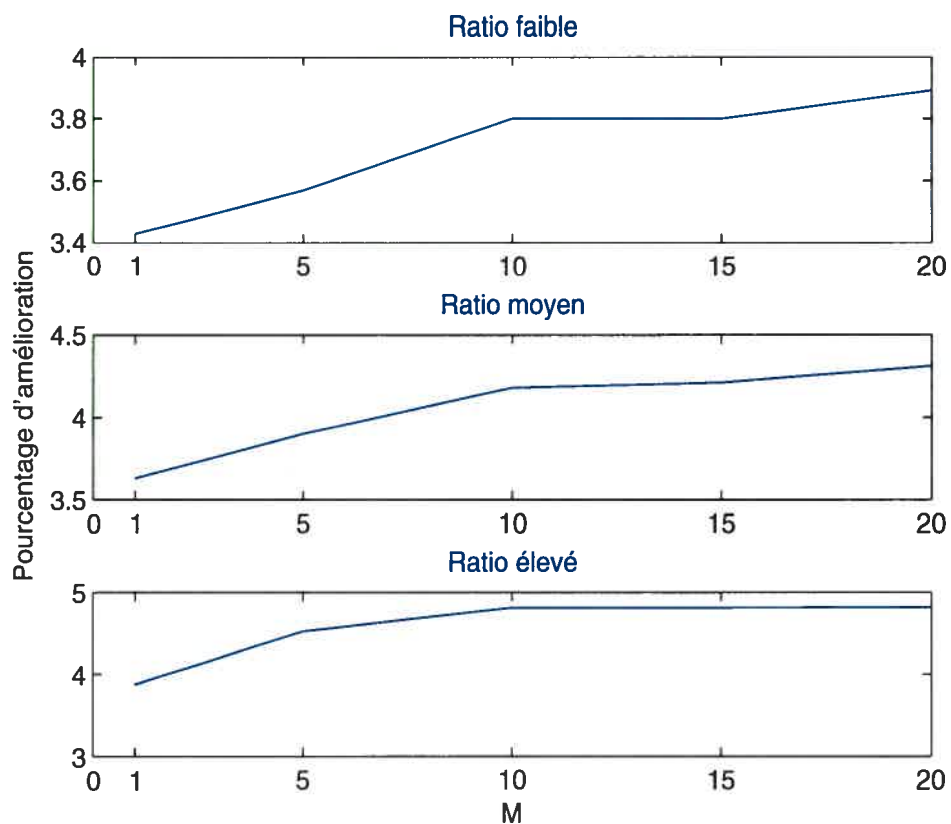


FIG. 7.3 – Multi-start avec demande = (+1), selon le ratio

Les observations faites précédemment pour la figure 7.1 s'appliquent aux courbes de la figure 7.3, dans le cas d'une demande qui suit le modèle (+1). La seule remarque à ajouter est que le pourcentage d'amélioration est un peu moins élevé ; il plafonne à une valeur de 5% en moyenne, comparé à 6% pour le modèle de demande (+0,5).

Pour la courbe 7.4 aussi, les observations faites pour la courbe 7.2 sont valables, toujours en notant que le pourcentage d'amélioration est légèrement moins élevé.

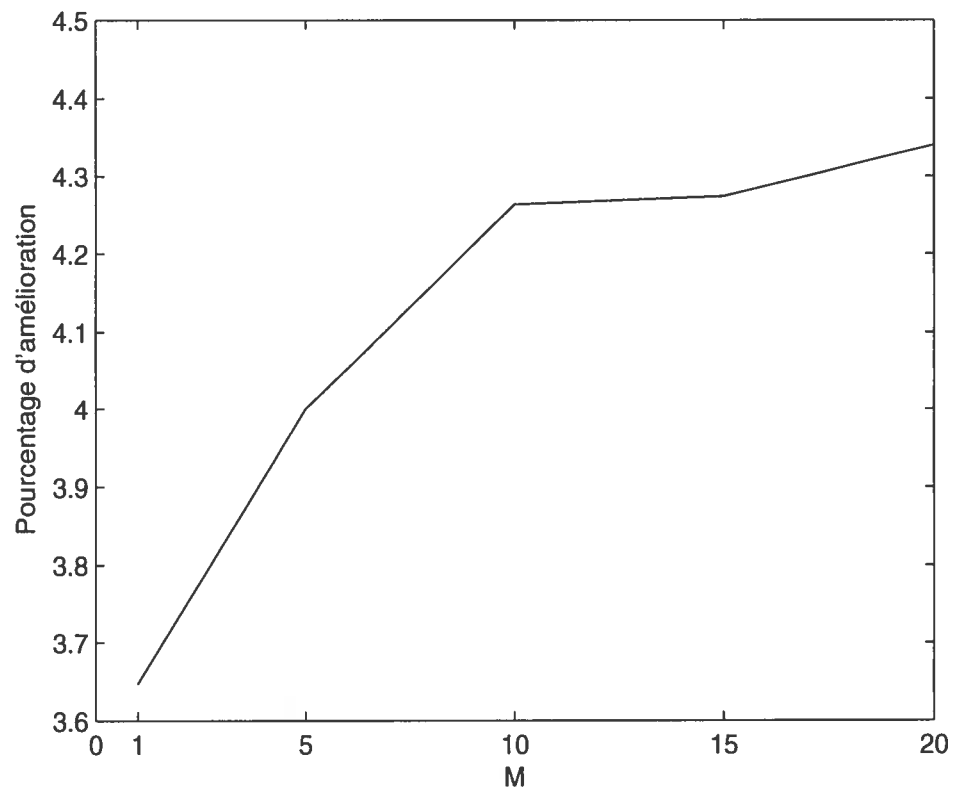


FIG. 7.4 – Multi-start avec demande = (+1)

Chapitre 8

Conclusion

L'objet de ce mémoire est le *problème d'expansion multi-périodes de la capacité dans un réseau d'accès local de télécommunications*. Rappelons que, dans le modèle que nous avons considéré, les aspects d'économie d'échelle, d'obsolescence des coûts, de même que la capacité modulaire des câbles rendent le modèle plus réaliste et donc, plus intéressant. De plus, le contexte multi-périodes dans lequel le modèle est étudié ajoute de la complexité au problème.

Afin de résoudre efficacement le problème, nous avons mis au point une approche de résolution qui, tout en balayant plusieurs régions de l'espace des solutions, nous permet d'explorer en profondeur chacune de ces régions et donc, de trouver des solutions de très bonne qualité. Pour ce faire, nous avons intégré une méthode de descente locale dans un algorithme génétique. Finalement, trois méthodes de résolution ont été implémentées : la méthode de descente locale, la descente "multi-start" et un algorithme génétique intégrant la méthode de descente locale.

Les résultats expérimentaux montrent que l'algorithme génétique n'améliore que de très peu la descente "multi-start". Cette dernière représente un bon compromis entre temps d'exécution et qualité de la solution et, pousser plus loin les investigations sur cette méthode afin

de l'optimiser permettrait peut-être d'obtenir des solutions qui se rapprochent encore plus de l'optimum global.

Enfin, les avenues de recherche pour ce problème restent nombreuses. Ainsi, il serait intéressant de permettre des changements de concentrateurs sur les nœuds du réseau tout au long de l'horizon de planification. L'intégration de notre méthode de descente locale dans une autre méta-heuristique telle la recherche Tabou ou également un algorithme de descente locale par itération (Iterated Local Search), pourrait s'avérer une avenue intéressante.

Bibliographie

- [1] Balakrishnan A., T. L. Magnanti, A. Shulman et R. T. Wong. *Models for planning capacity extension in local access telecommunication networks*. Annals of Operations Research 33, 239-284, 1991.
- [2] Chang S.-G. et B. Gavish. *Telecommunications network topological design and capacity expansion : formulation and algorithms*. Telecommunication Systems 1, 99-131, 1993.
- [3] Chang S.-G. et B. Gavish. *Lower bounding procedures for multiperiod telecommunication network expansion problems*. Operations Research 43, 43-57, 1995.
- [4] Chen M. et A. S. Alfa. *A model for planning multi-period local access communication networks*. Working Paper, Université de Régina, 1996.
- [5] Dupuis C. et P. Soriano. *Optimal network capacity planning : A shortest path scheme*. Operations Research 23, 811-818, 1975.
- [6] Dutta A. et J.I. Lim. *A multiperiod capacity planning model for backbone computer communication networks. Planning for optimal*. Operations Research 40, 689-705, 1992.
- [7] Doulliez P.J. et M.R. Rao. *Résolution d'un problème d'expansion de la capacité dans un réseau de télécommunications*. GERAD, G-98-14, H.E.C., 1997.
- [8] Golberg D. E.. *Genetic algorithms in search optimization and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [9] Koza J. R.. *Genetic Programming*. M.I.T. Press, 1992.

- [10] Parrish S.H., T. Cox, W. Kuehner et Y. Qui. *Planning for optimal expansion of leased line communications networks*. Annals of Operations Research 36, 347-364, 1992.
- [11] Rajagopalan S. et A. C. Soteriou. *Capacity acquisition and disposal with discrete facility sizes*. Management Science 40, 903-917, 1994.
- [12] Shulman A. et R. Vachani. *A decomposition algorithm for capacity extention of local access network*. IEEE Transactions on Communications 41, 1063-1073, 1993.
- [13] Smires A., M. Gendreau, J.-Y. Potvin et P. Soriano. *Multi-period capacity expansion for a local access telecommunications network*. C.R.T., CRT-2004-11, Université de Montréal, 2004.

